

TOPOLOGIA APPLICATA

Prof. Riccardo Piergallini

Programma del corso

Spazi metrici e topologici. Spazi euclidei, bocce, cubi, semplici e loro bordi. Spazi metrici, isometrie. Spazi topologici, applicazioni continue, omeomorfismi, componenti connesse, compattezza. Varietà topologiche (con bordo), invarianza della dimensione e del bordo. Equivalenza topologica di bocce, cubi e semplici (convessi regolari). Deformazioni ed equivalenza omotopica, spazi contraibili.

Topologia combinatoria. Grafi astratti e topologici. Complessi simpliciali astratti e topologici, complessi cubici, complessi cellulari. Suddivisioni, suddivisione baricentrica. Applicazioni simpliciali, applicazioni cellulari, approssimazione di applicazioni continue, teorema di immersione in spazi euclidei. Collassamenti simpliciali e deformazioni cellulari. Varietà differenziabili, applicazioni differenziabili, diffeomorfismi. Decomposizioni simpliciali, strutture PL. Funzioni di Morse, decomposizioni a manici, decomposizioni di sfere e tori. Teoria di Morse discreta.

Teoria dell'omologia. Omologia simpliciale, cubica, cellulare, singolare con coefficienti in \mathbb{Z} , \mathbb{Q} e \mathbb{R} , funtorialità e invarianza omotopica, teorema di equivalenza. Numeri di Betti e caratteristica di Eulero-Poincaré. Successione esatta di Mayer-Vietoris, formula di Künneth, omologia di sfere e tori. Complesso di Morse, disuguaglianze di Morse. Omologia di superfici, omologia di varietà, dualità di Poincaré. Dualità di Alexander per sottocomplessi di spazi euclidei.

Topologia persistente. Approssimazione di spazi, complessi di Vietoris e Čech, intorni regolari in spazi euclidei, complessi alfa, complessi di Delaunay-Voronoi. Filtrazioni di spazi e complessi, complessi associati a grafi pesati. Omologia persistente, diagrammi di persistenza, codici a barre.

Testi suggeriti

H. Edelsbrunner and J. Harer, *Computational topology – An introduction*, AMS 2010.

H. Edelsbrunner, *A short course in computational geometry and topology*, Springer 2014.

R. Ghrist, *Elementary applied topology*, <https://www.math.upenn.edu/~ghrist/notes.html>.

A.J. Zomorodian, *Topology for computing*, Cambridge University Press 2005.