

Camerino, giovedì 12 aprile 2007

**la ricerca in didattica della matematica
sviluppi e problematiche attuali**
Claudio Bernardi – Roma «La Sapienza»

1. Nel *Menone* Socrate parla con uno schiavo (che non ha studiato geometria ma, secondo la teoria della conoscenza di Socrate e Platone la "ricorda") del lato di un quadrato che abbia area doppia di un quadrato di lato assegnato. Riportiamo l'inizio.

SOCRATE. [...] Chiamami uno qualunque del tuo numeroso seguito, affinché io possa farti in lui la dimostrazione.

MENONE. Va bene. (*Ad un servo*) Vieni qua.

SOCRATE. Sta' attento se ti fa l'impressione ch'egli ricordi o impari da me.

MENONE. Starò attentissimo.

SOCRATE. (*Disegna nell'arena un quadrato e parla al servo*) Dimmi ragazzo, riconosci tu in questa figura un quadrato? [fig. 1]

SERVO. Sì.

SOCRATE. Il quadrato dunque è una figura che ha tutte queste linee *AB*, *BC*, *CD*, *DA* uguali?

SERVO. Certamente.

SOCRATE. E queste due diagonali *AC*, *BD*, non sono anch'esse uguali fra di loro?

SERVO. Sì.

SOCRATE. Questa superficie *ABCD* può essere più grande o più piccola?

SERVO. Sicuro.

SOCRATE. Se un lato *AD* fosse di due piedi e quello adiacente *AB* di due, di quanti piedi [quadrati] sarebbe l'intero [quadrilatero]? Osserva in questo modo: se da questa parte *AD* fosse di due piedi e da questa *AB* soltanto di uno, la superficie non sarebbe di una volta due?

SERVO. Sì.

SOCRATE. Ma essendo di due piedi anche da questa parte *AB*, non risulta di due volte due?

SERVO. Appunto.

SOCRATE. Dunque è di due volte due piedi [quadrati].

SERVO. Sì.

SOCRATE. E due volte due piedi [quadrati] quanti sono? Fa' il calcolo.

SERVO. Quattro, o Socrate.

SOCRATE. E ci può essere una superficie doppia di questa che come questa abbia tutti i quattro lati uguali?

SERVO. Sì.

SOCRATE. Di quanti piedi [quadrati] sarà?

SERVO. Di otto.

SOCRATE. Bene; prova a dire quanto lungo sarà ciascun lato. Questo è di due piedi; quanto sarà quello del [quadrato] doppio?

SERVO. Evidentemente il doppio, o Socrate.

SOCRATE. Vedi Menone che io non inseguo nulla, ma domando tutto? Adesso costui crede di conoscere il lato di un quadrato di otto piedi [quadrati]; non ti pare?

MENONE. A me sì.

SOCRATE. E lo conosce?

MENONE. No certo.

SOCRATE. Crede che il lato sia doppio.

MENONE. Sì.

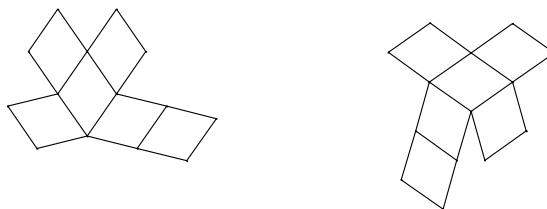
SOCRATE. Osservalo mentre comincerà a ricordare via via quanto deve ricordare.

2. *Un errore sull'uguaglianza in Euclide?*

Euclide, per introdurre e studiare l'uguaglianza delle figure, nel piano ricorre alla sovrappponibilità (ma solo tre volte in tutti gli *Elementi*).

Nello spazio (libro XI, definizione X), Euclide dice che: poliedri uguali «sono quelli compresi fra facce uguali per numero e grandezza».

Tuttavia, ci sono due parallelepipedi *non* uguali (né direttamente né inversamente), ciascuno dei quali ha per facce gli stessi 6 rombi uguali (angoli minori 120° e non retti). Nella figura sono riportati i due sviluppi.



3. Federigo Enriques diceva che: “Il Maestro sa che la comprensione degli errori dei suoi allievi è la cosa più importante della sua arte didattica”; ma si affrettava a distinguere le “affermazioni gratuite di sfacciati che cercano di indovinare” dalle “tappe del pensiero nella ricerca delle verità”.

4. (dalla *Gara a Squadre*, Roma, 15 marzo 2006)

Sopra il tavolo di un mago sono appoggiate quattro carte. Su ogni faccia di ciascuna carta è scritto un numero intero positivo. Le carte ci appaiono come nella figura seguente.



Il mago afferma che, se in una delle due facce di una carta è scritto un numero pari, allora nella faccia opposta di quella carta c'è un multiplo di 3. Per controllare se il mago dice il vero, sarà necessario rovesciare le carte che mostrano i numeri

- A 3 e 5
- B 4 e 6
- C 3, 5 e 6
- D 4, 5 e 6

E 3, 4 e 6

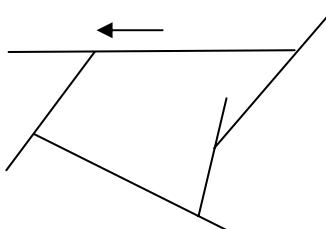
Risposte corrette: solo 6 su 82. La maggioranza ha scelto la risposta E. Non solo, ma le squadre che hanno indicato la risposta corretta non sono state le migliori.

La risposta corretta è D. Infatti, è necessario rovesciare le carte 4 e 6 perché si tratta di numeri pari e, dunque, occorre controllare che sul retro ci sia un multiplo di 3. D'altra parte, vanno rovesciate le carte 4 e 5, perché se sul retro ci fosse un numero pari, allora l'affermazione non sarebbe soddisfatta (l'affermazione equivale a «se in una faccia di una carta non c'è un multiplo di 3, allora nella faccia opposta di quella carta non c'è un numero pari»).

In conclusione, vanno rovesciate le carte 4, 5, 6. Invece, non è necessario rovesciare la carta 3: qualunque numero sia scritto sul retro, l'affermazione non è contraddetta.

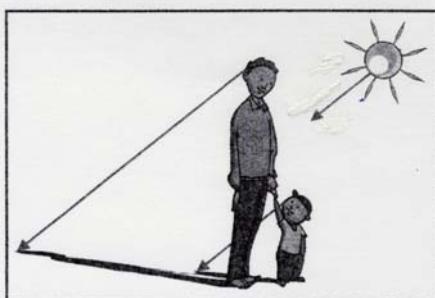
5. La somma degli angoli esterni di un poligono P è uguale a 4 angoli retti.

Seguiamo con un "fiammifero" il contorno di P : in ogni vertice di P il fiammifero ruota di un angolo orientato uguale all'angolo esterno.



6. Dalle Prove INValSI (2005 - IV Elementare)

9. Il piccolo Marco e suo padre giocano in giardino in una giornata in cui il sole splende in cielo. Si vedono bene le loro ombre, come nella figura.



Se l'ombra del padre è circa il triplo di quella di Marco, qual è l'altezza del padre?

- A. Un terzo di quella di Marco.
- B. Un mezzo di quella di Marco.
- C. Il triplo di quella di Marco.
- D. Il doppio di quella di Marco.

La figura con i raggi del sole è adatta al quesito o risulta fuorviante?