Università di Camerino – Scuola di Scienze e Tecnologie

Corso di Laurea magistrale in Matematica e applicazioni

Anno accademico 2022/2023

TOPOLOGIA APPLICATA

Prof. Riccardo Piergallini

Registro delle lezioni

Lezione 1. (27 febbraio, 2 ore)

Spazi topologici, applicazioni continue, omoemorfismi. Spazi euclidei. Spazi metrici, topologia indotta, continuità negli spazi metrici, applicazioni uniformemente continue e lipschitziane. Diverse distanze compatibili con la topologia euclidea.

Lezione 2. (28 febbraio, 2 ore)

Sottovarietà differenziabili di R^n, equazioni e parametrizzazioni regolari. Grafi topologici, connessione, metriche su grafi. Spazi di configurazioni, esempi nel piano e su grafi.

Lezione 3. (6 marzo, 2 ore)

Dimensione topologica, invarianza topologica della dimensione per aperti euclidei. Equivalenza omotopica di applicazioni e spazi, deformationi, spazi contraibili. Categoria di Lusternik-Schnirelmann e complessità topologica.

Lezione 4. (8 marzo, 2 ore)

Bocce, cubi e simplessi in spazi euclidei, convessi regolari, omeomorfismi e deformabilità reciproci. Teoremi del punto fisso di Brouwer e Kakutani. Equilibrio di Nash per giochi non cooperativi.

Lezione 5. (13 marzo, 2 ore)

Complessi simpliciali astratti e topologici, teorema di immersione in spazi euclidei. Sottocomplessi e suddivisioni, prodotto di complessi simpliciali. Applicazioni simpliciali, approssimazione simpliciale di applicazioni continue e omotopie. Complessi poliedrali, complessi cubici.

Lezione 6. (15 marzo, 2 ore)

Simplessi orientati, catene simpliciali, operatore bordo. Omologia simpliciale, funtorialità, invarianza per isomorfismi simpliciali e suddivisioni.

Lezione 7. (20 marzo, 2 ore)

Omomorfismi indotti in omologia da applicazioni continue, invarianza omotopica dell'omologia simpliciale, omologia e componenti connesse, classe fondamentale di una varietà orientabile.

Lezione 8. (21 marzo, 2 ore)

Primo gruppo di omologia e gruppo fondamentale. Omologia con coefficienti. Numeri di Betti, caratteristica di Eulero-Poincaré.

Lezione 9. (27 marzo, 2 ore)

Successione esatta di Mayer-Vietoris, gruppi di omologia delle sfere.

Lezione 10. (28 marzo, 2 ore)

Complessi poliedrali, triangolazioni semisimpliciali, omologia poliedrale. Esempi di calcolo.

Lezione 11. (3 aprile, 2 ore)

Complessi cellulari, equivalenza omotopica con i complessi simpliciali, omologia cellulare. Teorema di Whitehead.

Lezione 12. (4 aprile, 2 ore)

Funzioni di Morse, decomposizione a manici di varietà differenziabili.

Lezione 13. (17 aprile, 2 ore)

Complessi di Vietoris-Rips e Cech di insiemi finiti in spazi euclidei, proiezioni ombra, problema dei sensori. Nervo di un ricoprimento, ricoprimenti buoni. Intorni radiali di insiemi finiti, diagrammi di Voronoi e complessi alfa. Intorni tubolari di sottovarietà lisce.

Lezione 14. (18 aprile, 2 ore)

Successioni di complessi, funzioni misuranti e filtrazioni, problema del raggruppamento. Omologia persistente, intervallo di persistenza di un ciclo, decomposizione delle successioni di persistenza, codici a barre. Diagrammi di persistenza, distanze di Hausdorff e di corrispondenza, teorema di stabilità.