

**Univerisità degli studi di Camerino**

---

**SCUOLA DI SCIENZE E TECNOLOGIE**

Laurea in Matematica e Applicazioni



## **Il Meccanismo di Anticitera**

Tesi di Laurea in

**Fisica Matematica**

Candidato

**Riccardo Fava**

Relatori

**Prof. Riccardo Piergallini**

**Prof. Stefano Isola**

---

Anno Accademico 2018/2019

*Ringrazio i Professori Riccardo Piergallini e Stefano Isola per la disponibilità,  
la mia famiglia, i vecchi amici e i nuovi.*

## **Sommario**

Il meccanismo di Anticitera è un antico calcolatore analogico per la simulazione di diversi fenomeni astronomici, tra cui moti relativi del Sole, della Terra, della Luna e non solo. Sulla base degli schemi riportati su recenti articoli scientifici che analizzano i reperti finora rinvenuti, descriverò questa macchina analizzando il modello matematico alla base del suo funzionamento e proporrò il progetto di una sua ricostruzione a scopo didattico.

# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Contesto generale della scienza ellenistica</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Le conoscenze sui moti della Luna</b>	<b>7</b>
3.1	I tempi lunari . . . . .	7
3.2	Ciclo di Saros . . . . .	9
3.3	Ciclo Exeligmos . . . . .	9
3.4	Ciclo Metonico . . . . .	9
3.5	Ciclo Callippico . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Descrizione del macchinario</b>	<b>11</b>
4.1	Lato anteriore . . . . .	12
4.2	Lato posteriore . . . . .	12
4.2.1	Quadrante metonico . . . . .	13
4.2.2	Quadrante di Saros . . . . .	13
<b>5</b>	<b>Aritmetica degli ingranaggi</b>	<b>16</b>
5.1	Puntatore del sole medio sul quadrante dello zodiaco . . . . .	18
5.2	Puntatore della luna sul quadrante dello zodiaco . . . . .	18
5.3	Quadrante metonico . . . . .	20
5.4	Quadrante giochi . . . . .	20
5.5	Quadrante callippico . . . . .	21
5.6	Quadrante di Saros . . . . .	22
5.7	Quadrante exeligmos . . . . .	22
<b>6</b>	<b>Correzioni sul moto della Luna</b>	<b>24</b>
6.1	Pin and slot . . . . .	24

6.1.1	Equivalenza con il modello ad epicicli . . . . .	25
6.1.2	Equivalenza con il modello ad eccentrici . . . . .	26
6.1.3	Equazione del moto prodotto dal dispositivo pin-and-slot . . . . .	27
6.2	Precessione anomalistica . . . . .	29
<b>7</b>	<b>I pianeti nel Meccanismo di Anticitera</b>	<b>31</b>
7.1	Frequenza siderea di Marte . . . . .	31
7.2	Pin-and-slot per il moto di Marte . . . . .	32
<b>8</b>	<b>Riproduzione del macchinario</b>	<b>35</b>
8.1	Modellino Pin-and-slot . . . . .	36

# Capitolo 1

## Introduzione

Nel 1900 una forte tempesta spinse un gruppo di pescatori di spugne a rifugiarsi al largo della piccola isola di Anticitera, tra Creta e la Grecia continentale. All'indomani quando la tempesta si calmò i pescatori decisero di provare a raccogliere qualche spugna vicino quell'isola, ma si imbarcarono invece nel relitto di un'antica nave mercantile di epoca romana. Così venne organizzata una spedizione subacquea e il materiale proveniente dalla nave (statue in bronzo e marmo, vasellame, utensili, gioielli, monete, etc.) fu trasferito nel Museo archeologico nazionale di Atene. Solo pochi mesi dopo, tra l'ammasso di bronzo corroso furono notati alcuni frammenti di ruote dentate (vedi Figura 1.1) che, come si scoprì in seguito, facevano parte di uno straordinario meccanismo. La decifrazione delle incisioni greche sulla sua superficie ha rivelato che si trattava di un dispositivo astronomico, e dall'epigrafia (studio della forma delle lettere) di queste incisioni si è stimata la sua data di costruzione intorno alla seconda metà del secondo secolo a.C.

Il meccanismo divenne noto per la prima volta attraverso un popolare articolo di Derek de Solla Price, come meccanismo di Anticitera. Tuttavia, per decenni, l'indagine scientifica non è riuscita a far molta luce su di esso e si è basata più sull'immaginazione che sui fatti e fu soltanto nell'ultimo mezzo secolo che la ricerca ha iniziato a rivelarne i segreti. Il meccanismo di Anticitera è ora inteso come un "computer" meccanico che traccia i cicli del sistema solare ed è il meccanismo più sofisticato conosciuto dal mondo antico. L'indagine sui frammenti in frantumi e corrosi (non ancora terminata) è stata un processo graduale e interdisciplinare, che ha coinvolto gli sforzi di archeologi, storici, scienziati e tecnici che, alla fine del 2006, ha portato ad una ricostruzione di gran parte del suo aspetto e del suo funzionamento. Questa ricostruzione è stata supportata da ampie prove e coerenza interna e, con leggerissime modifiche, ha guadagnato l'accettazione dell'intera comunità di ricercatori sul Meccanismo. Per una panoramica sullo stato

attuale delle conoscenze sul meccanismo di Anticitera si possono vedere i lavori [1],[2],[4],[5],[6] citati in bibliografia.

Questa tesi prende questa ricostruzione come punto di partenza per cercare di spiegare l'astronomia, la matematica e la tecnologia alla base del meccanismo.



Figura 1.1: Frammenti ritrovati del meccanismo di Anticitera

## Capitolo 2

# Contesto generale della scienza ellenistica

Le conoscenze astronomiche, matematiche e fisiche che sono alla base del meccanismo di Anticitera sono frutto della scienza greca del periodo ellenistico. Una delle più importanti novità di questo periodo è l'idea di fissare una volta per tutte le premesse su cui basare una disciplina. Questo appare per la prima volta negli Elementi di Euclide, dove gli oggetti concreti (in questo caso linee e figure geometriche) diventano concetti teorici dai quali possono essere ricavate teorie scientifiche e in particolare possono essere raggiunte conclusioni (teoriche) assolutamente certe, come non è mai possibile fare riguardo ai fenomeni naturali. In questo senso, una teoria scientifica può essere vista come un modello della realtà osservata e le sue ipotesi di partenza devono, come dicevano gli scienziati ellenistici, poter salvare i fenomeni, ovvero ciò che può essere dedotto logicamente deve corrispondere a ciò che viene osservato (su questi aspetti vedi [7]).

Nel nostro caso il modello a cui faremo riferimento sono gli epicicli di Ipparco. Esso si basava sull'idea generale di rappresentare il moto complicato della Luna come sovrapposizione di moti circolari uniformi. Già Apollonio di Perga alla fine del III secolo a.C. aveva proposto due modelli per il moto lunare e planetario:

1. Nel primo (detto ad eccentrici), la Luna orbita uniformemente lungo una circonferenza che non è centrata sulla Terra ma su un punto ad una certa distanza dalla Terra, chiamato eccentrico.
2. Nel secondo (detto ad epicicli), la Luna si muove in un'orbita circolare chiamata epiciclo il cui centro si muove uniformemente attorno ad un'orbita centrata sulla Terra, chiamata deferente.

Come vedremo in seguito questi due modelli, sotto specifiche condizioni, sono



## *CAPITOLO 2. CONTESTO GENERALE DELLA SCIENZA ELLENISTICA*<sup>6</sup>

matematicamente equivalenti. In particolare, il modello ad epicicli è stato perfezionato da Ipparco, che ha calcolato le relative proporzioni e dimensioni delle orbite descritte dal deferente e dagli epicicli.

## Capitolo 3

# Le conoscenze sui moti della Luna

Prima di entrare nel dettaglio sul funzionamento del meccanismo vediamo quali erano le conoscenze astronomiche di quel periodo. Il moto della Luna, visto dalla Terra è notevolmente complicato, ma anche il più studiato fin dall'antichità. Già nel V secolo a.C. gli astronomi babilonesi e in seguito quelli greci registrarono importanti periodicità. Queste formano importanti cicli indicati tra l'altro nei quadranti del meccanismo di Anticitera.

### 3.1 I tempi lunari

Partiamo dal fatto che la Luna orbita intorno alla Terra. Il nostro satellite è bloccato in rotazione sincrona: vuol dire che, orbitando, rivolge sempre la stessa faccia alla Terra. Si chiama mese siderale (o sidereo) il tempo necessario a completare una rivoluzione attorno alla Terra se osservata da un riferimento solidale con le "stelle fisse". Il mese siderale dura circa 27,32 giorni. Ma non è questo il mese lunare più importante. Il mese lunare vero e proprio (quello della tradizione popolare più antica) è scandito dalle ben note fasi lunari (Luna nuova, crescente, piena, calante): si chiama mese sinodico e consiste nell'intervallo di tempo necessario alla Luna per completare una rivoluzione attorno alla Terra, vista da un osservatore terrestre, che dunque a sua volta si muove intorno al Sole. Il mese sinodico è più lungo del mese siderale, dura mediamente 29,53 giorni. La differenza con il mese sidereo è data dal fatto che la Terra ruota intorno al Sole mentre la Luna gira intorno alla Terra. Da ciò consegue che la Luna, per ritornare nella stessa posizione rispetto al Sole quando osservata dalla Terra, cioè per ricreare la medesima fase del mese lunare precedente, deve fare più di una rotazione

completa sul proprio asse (vedi Figura 3.1). Le fasi lunari descrivono il diverso

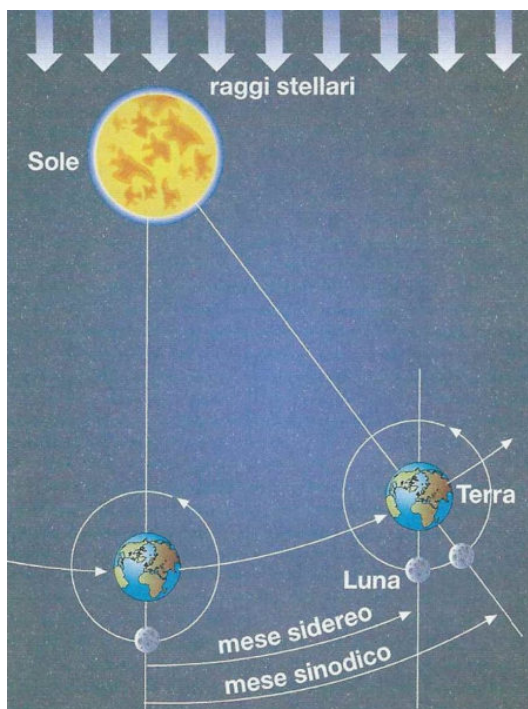


Figura 3.1: Mesi lunari

aspetto che la Luna mostra verso la Terra durante il suo moto. In particolare, abbiamo le fasi di Luna nuova quando la Luna si trova in mezzo tra il Sole e la Terra e di Luna piena in cui la Terra è in mezzo tra Sole e Luna. Inoltre, l'orbita lunare è inclinata di circa 5,145 gradi rispetto al piano dell'orbita terrestre, detto eclittica. Ciò fa sì che non si verifichi un'eclissi di Sole ad ogni Luna nuova e un'eclissi di Luna ad ogni Luna piena. La Luna, cioè, si trova in quei momenti al di sopra o al di sotto del piano orbitale della Terra, ragion per cui gli allineamenti Sole-Luna-Terra e Sole-Terra-Luna non sono perfetti. Per avere un'eclissi di Sole o di Luna è necessario perciò che, nel momento dell'allineamento con il Sole e la Terra, la Luna si trovi in corrispondenza del piano dell'eclittica. Ed esistono solo due punti in cui l'orbita lunare interseca l'eclittica: si chiamano nodo ascendente e nodo discendente. Il tempo medio che intercorre tra due successivi passaggi della Luna attraverso lo stesso nodo crea un terzo tipo di mese lunare: il mese draconico. Questo ha una durata di circa 27,21 giorni, leggermente differente sia dal mese sinodico che dal mese sidereo a causa della forza gravitazionale esercitata dal Sole sul sistema Terra-Luna. Mentre la Luna orbita intorno alla Terra, il Sole crea una forza di torsione che incide sul momento angolare della coppia Terra-Luna. Come conseguenza, il piano orbitale della Luna ruota lentamente in direzione opposta a quella del moto orbitale della Luna e quindi i nodi si spostano

di continuo. Ecco perché ci vuole un po' meno tempo perché la Luna ripassi per lo stesso nodo rispetto al tempo impiegato nel mese sidereo. C'è però da specificare che tutte queste quantità non sono fisse ma variano un pò nel corso dell'anno. In particolare il mese sinodico varia in un intervallo di circa 7 ore in eccesso o in difetto rispetto alla durata media a causa delle irregolarità del moto lunare.

## 3.2 Ciclo di Saros

Il ciclo di Saros è un periodo di 18,03 anni al termine del quale si ripetono le stesse eclissi lunari e solari. Come abbiamo già detto, il piano dell'orbita terrestre, detto eclittica, e il piano dell'orbita lunare formano tra loro un angolo di circa 5 gradi e le eclissi possono verificarsi solo quando la Luna o il Sole si trovano in prossimità della così detta linea dei nodi, ovvero l'intersezione di questi due piani. Si osserva poi che il mese sinodico dura 29,53 giorni, il mese draconico dura 27,21 giorni e il Sole passa per lo stesso nodo ogni 346,62 giorni (anno draconico). Mettendo insieme tutte queste periodicità si arriva al ciclo di Saros, cioè 6585,321 giorni che è la durata che approssima meglio il completamento di un numero intero dei diversi periodi che partecipano a ricreare la medesima geometria tridimensionale di un'eclissi. Dopo un Saros, infatti, la Luna avrà completato all'incirca 223 mesi sinodici, 242 mesi draconici e la terra avrà compiuto all'incirca 18 anni draconici.

## 3.3 Ciclo Exeligmos

Un ciclo Exeligmos è un periodo composto da 3 cicli di Saros, cioè 54 anni e 33 giorni. Venne proposto come miglioramento del Saros, infatti quest'ultimo non dura esattamente 18 anni e 11 giorni ma oltre 8 ore in più. E in queste ore la terra compie  $1/3$  di rotazione sul suo asse. Ne segue che l'eclissi visibile dopo il passaggio di un Saros avrà sì le medesime caratteristiche di quella di 18 anni e 11 giorni prima per quanto riguarda l'allineamento Sole-Luna-Terra, ma sarà visibile da luoghi della Terra differenti. Ecco, dunque, perché deve passare un Exeligmos, cioè 3 Saros, affinché un'eclissi con le stesse caratteristiche sia visibile anche dai medesimi luoghi della Terra.

## 3.4 Ciclo Metonico

Il ciclo metonico (dal nome dell'astronomo greco Metone) è un ciclo di 19 anni, basato sull'osservazione che 19 anni solari corrispondono (quasi) esattamente a

235 mesi sinodici. Su questo ciclo si basano i calendari lunisolari aritmetici, cioè quei calendari, che mantengono il sincronismo sia col corso del sole sia con quello della luna per mezzo di approssimazioni aritmetiche dei moti reali medi dei due astri. Il mese lunare è di circa 29,53 giorni, 235 mesi lunari corrispondono perciò a 6939,689 giorni. Dato che in un calendario l'anno deve avere un numero intero di giorni, la durata di 19 anni deve essere arrotondata per eccesso a 6940 giorni (come propose Metone) o per difetto a 6939, con un errore leggermente maggiore. Il ciclo di 6940 giorni è composto da 110 mesi lunari 'vuoti' con 29 giorni e 125 mesi lunari 'pieni' con 30 giorni. Essi, in linea di principio, si alternano anche se, dato che il numero di mesi pieni eccede quello dei mesi vuoti, devono capitare ogni tanto due mesi pieni consecutivi. La regola di alternanza fra mesi pieni e mesi vuoti è stabilita in modo specifico in ogni calendario lunisolare.

### 3.5 Ciclo Callippico

Il ciclo callippico venne proposto dall'astronomo greco Callippo di Cizico nel 330 a.C. Egli si accorse che dopo 940 lunazioni Sole, Luna e Terra si ritrovavano nella stessa posizione relativa e pensò che ciò potesse essere utilizzato per costruire un calendario molto accurato. È un perfezionamento del ciclo metonico, scoperto circa un secolo prima e per definizione pari a 235 lunazioni. Il ciclo callippico, quindi, dovrebbe avere la stessa durata di quattro cicli metonici. La durata del ciclo metonico, però, era arrotondata per eccesso a 6940 giorni, mentre il ciclo callippico viene arrotondato per eccesso a 27759 giorni e, perciò, durava esattamente un giorno in meno di quattro cicli metonici.

# Capitolo 4

## Descrizione del macchinario

Il meccanismo di Anticitera era uno strumento portatile, di dimensioni contenute (330 mm in altezza x 180 mm in larghezza x 80 mm in profondità), costruito prevalentemente in bronzo, con un rivestimento esterno probabilmente in legno. L'input era manuale, consisteva in una manopola collegata ad una corona dentata di 48 denti. Questa ingranava con un grande ingranaggio principale che metteva in moto tutti gli altri ingranaggi e le lancette. Come vedremo, la macchina for-



Figura 4.1: Ricostruzione meccanismo di Anticitera

niva in maniera compatta una grande varietà di informazioni, alcune di interesse astronomico e altre relative a tradizioni della cultura greca (come il calendario dei

giochi panellenici). Ma si deve ammettere che non esiste alcuna certezza sulle sue finalità. La maggioranza degli studiosi concorda sul fatto che la macchina avesse soprattutto uno scopo didattico e/o divulgativo, come una specie di pubblicazione hardware, accessibile anche ai non astronomi, che incorpora lo stato dell'arte dell'astronomia consolidata dell'epoca. Si tratta senza dubbio di uno strumento eccezionale capace in particolare di fornire previsioni senza necessità di ricorrere a riga, compasso o tavole numeriche e può a ragione essere considerato il più antico calcolatore di cui si abbia notizia.

## 4.1 Lato anteriore

Sul lato anteriore, Figura 4.2, vi erano delle lancette che mostravano i moti longitudinali di Sole e della Luna su una scala graduata, suddivisa in 12 settori, a loro volta divisi in 30 suddivisioni. Ogni settore portava il nome greco di un segno zodiacale. All'esterno di questa prima scala ne era posta una seconda, che rappresentava il calendario egiziano e portava 365 incisioni divise in 12 mesi più 5 giorni intercalari. Quest'ultimo, oltre a rappresentare la posizione del Sole lungo l'eclittica sulla scala zodiacale, scandiva così anche gli intervalli di tempo su cui erano calibrati tutti i moti mostrati dal meccanismo. Data la differenza tra anno egiziano e anno tropicale, che differivano di circa 6 ore, il primo "rimaneva indietro" di circa un giorno ogni quattro anni; per ovviare a questo problema, la scala più esterna era regolabile dall'utente, che poteva ruotarla liberamente per adattarla alla sottostante scala zodiacale. Ci sono inoltre buone prove dalle iscrizioni ritrovate nei frammenti che ci potessero essere anche delle lancette indicanti le posizioni dei pianeti allora noti (Mercurio, Venere, Marte, Giove e Saturno).

## 4.2 Lato posteriore

Sul retro della macchina, in alto e in basso, vi erano due grandi spirali incise su una superficie in bronzo che mostravano dei cicli temporali luni-solari. Entrambe erano percorse da due puntatori, questi erano liberi di scorrere radialmente su un supporto fissato e all'estremità portavano delle puntine che si inserivano nelle scanalature delle spirali. Azionando il meccanismo il puntatore ruotava e attraverso la puntina era obbligato a seguire l'andamento della propria spirale, allungandosi dall'interno verso l'esterno. Quando un puntatore arrivava al termine esterno della propria spirale, era l'utente a doverlo riportare manualmente alla posizione iniziale.

### 4.2.1 Quadrante metonico

La spirale superiore, illustrata nella Figura 4.3, rappresentava il calendario metonico. Era formata da 5 giri e suddivisa in 235 celle corrispondenti ad altrettanti mesi sinodici lunari (cioè dalla luna piena alla luna piena, 29,53 giorni). L'utilità del ciclo sta nel tenere traccia dei mesi lunari e della fase lunare rispetto all'anno solare perché, naturalmente, non vi è un numero intero di mesi lunari in un anno. All'interno della spirale di Metone erano presenti altri due quadranti circolari più piccoli, entrambi divisi in quattro settori: uno rappresentava il ciclo di Callippo, pari a quattro cicli di Metone, e l'altro un ciclo di quattro anni associato ai giochi panellenici di Olimpia, Delfi, Nemea e Corinto.

### 4.2.2 Quadrante di Saros

La spirale inferiore invece, formata da 4 giri, mostrava il ciclo di eclissi di Saros ed era suddivisa in 223 celle, anch'esse corrispondenti ai mesi lunari. Il mese, il giorno e l'ora in cui si sarebbe verificata l'eclissi di Sole o di Luna erano indicate da apposite scritte nelle celle opportune, alcune delle quali fornivano informazioni aggiuntive in altre iscrizioni poste al di sotto della spirale. C'è da precisare però che questo ciclo indica delle previsioni in una data posizione geografica, infatti una particolare eclissi solare potrebbe non essere visibile, o essere solo parziale, poiché il percorso totale dell'eclissi solare sulla superficie della terra è piuttosto stretto (quasi sempre meno di 270 km). Le eclissi lunari, invece, sono generalmente più osservabili. Anche all'interno di questa spirale era presente un quadrante ausiliario più piccolo che mostrava il ciclo di Exeligmos, un ciclo di 54 anni corrispondente a 3 cicli di Saros, diviso in 3 settori. Di questi il primo era vuoto e gli altri due riportavano i numeri 8 e 16: poiché un Ciclo di Saros era di circa 8 ore più breve di 223 mesi lunari esatti, questi due numeri sono le ore da aggiungere all'orario mostrato nelle celle della spirale di Saros. Questo quadrante è illustrato nella Figura 4.4.



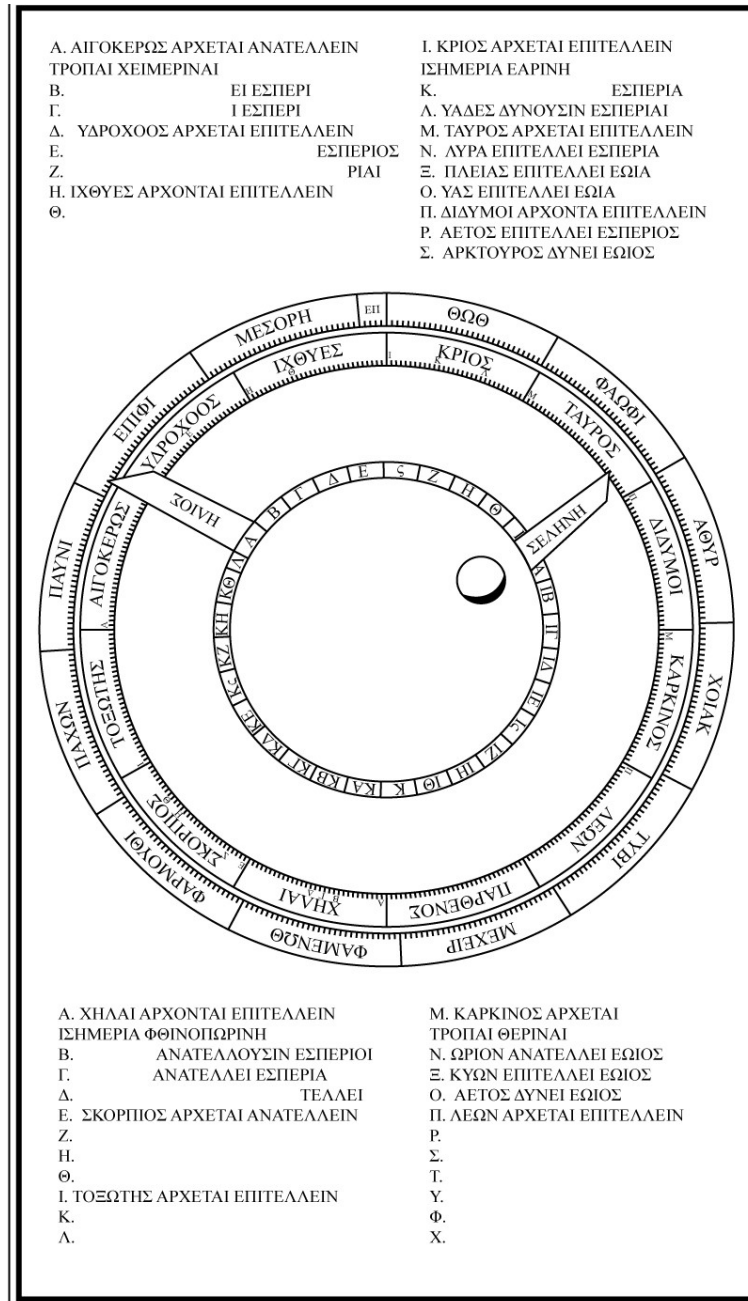


Figura 4.2: Quadrante anteriore

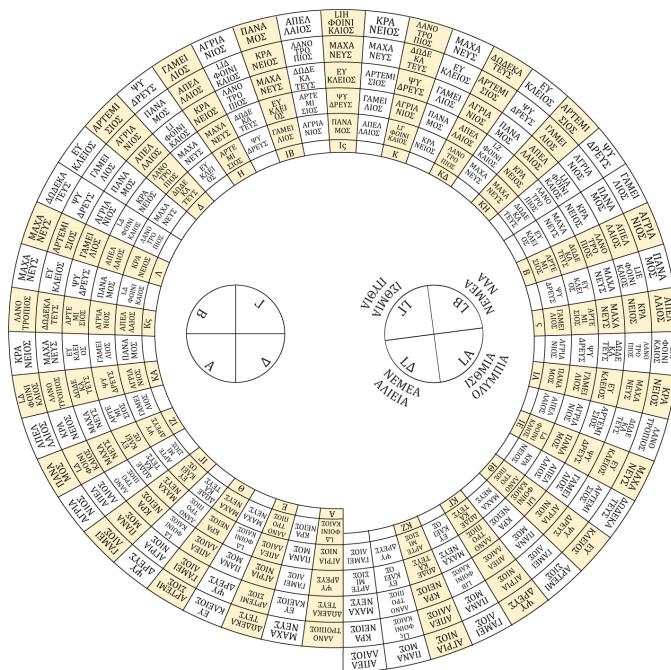


Figura 4.3: Quadrante metonico

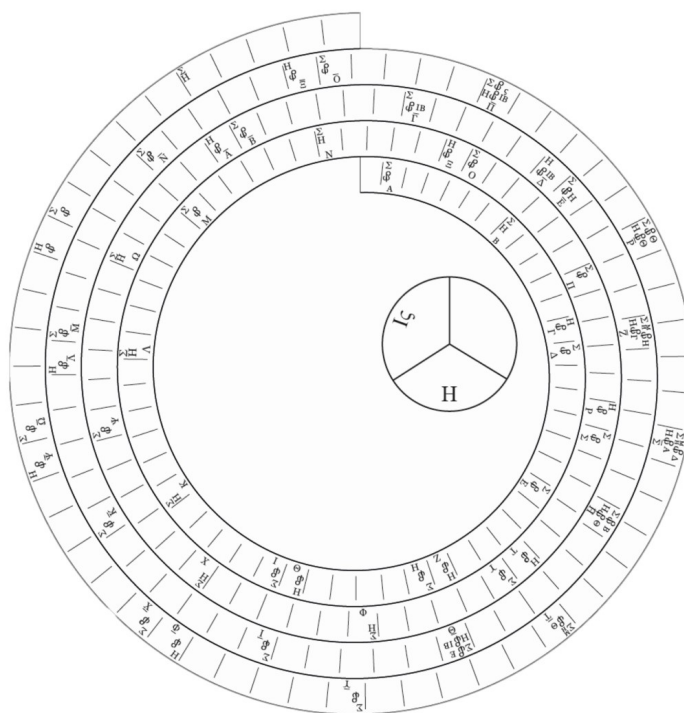


Figura 4.4: Quadrante di saros

# Capitolo 5

## Aritmetica degli ingranaggi

Fino a questo punto, abbiamo affrontato il Meccanismo di Anticitera principalmente, concentrandoci sui quadranti e sul loro contesto nella scienza e cultura ellenistica. In questo capitolo entreremo all'interno del meccanismo e vedremo come una combinazione creativa di principi astronomici, matematici e meccanici permettano al meccanismo di svolgere tutte le funzioni finora indicate. Gran parte del funzionamento del meccanismo di Anticitera dipende da diversi tipi di collegamento delle ruote dentate e dal concetto fondamentale del rapporto di trasmissione. Il primo metodo è semplice, gli ingranaggi montati sullo stesso asse hanno ovviamente la stessa velocità angolare di rotazione ad eccezione di alcuni casi in cui si ha la necessità di avere due o più ingranaggi che ruotano su un singolo asse geometrico ma con velocità angolari distinte, per esempio, per guidare i puntatori che rappresentano i movimenti di diversi corpi celesti su un quadrante comune. A tale scopo, un asse può assumere la forma di un cilindro cavo attraverso il quale passa l'altro asse. Per quanto riguarda il secondo metodo invece, dato un paio di ruote a contatto, e supponendo che non si verifichino slittamenti tra le loro superfici, le velocità tangenziali con cui si muovono i punti sulle superfici esterne delle due ruote sono uguali. Se le ruote hanno raggi identici, le loro velocità angolari saranno identiche (sebbene le rotazioni siano in sensi opposti). Mentre se i raggi non sono uguali, i periodi di rotazione saranno proporzionati alle loro circonferenze e quindi ai loro raggi. Il rapporto tra i raggi è detto rapporto di trasmissione e può essere un qualsiasi numero reale, anche irrazionale. Quando parliamo di ingranaggi però il loro rapporto di trasmissione non dipende più dai loro raggi ma dal numero dei denti e quindi è necessariamente un numero razionale (perché rapporto tra interi). Dunque, applicare gli ingranaggi ai problemi astronomici diventa una questione di trovare combinazioni di rapporti di numeri interi che, quando moltiplicati insieme, rappresentino i rapporti incorporati nei fenomeni astronomici nel modo più preciso o più vicino possibile. I numeri de-

vono anche comportare ingranaggi di dimensioni ragionevoli. Se un ingranaggio ha pochi denti potrebbe non innestarsi correttamente, mentre se ne ha tanti potrebbe essere troppo grande rispetto agli altri componenti e al dispositivo nel suo insieme. Nel meccanismo l'ingranaggio più piccolo ha solo 12 denti, mentre la ruota più grande ne ha 223.

Per farsi un'idea della complessità del meccanismo basta guardare le figure 5.1 e 5.2 che rappresentano le immagini complessive della ricostruzione svolta durante il tirocinio all'interno dell'università di Camerino. I dati astronomici richiesti per

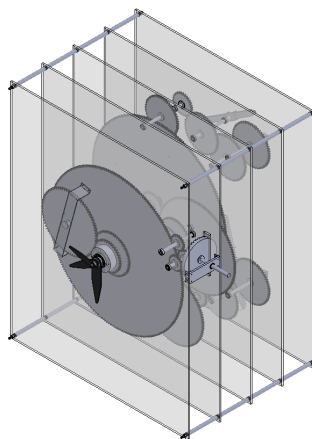


Figura 5.1: Assieme meccanismo di Anticitera: Parte anteriore

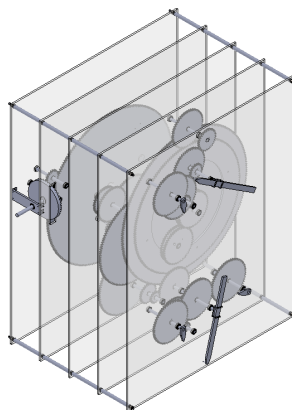


Figura 5.2: Assieme meccanismo di Anticitera: Parte posteriore

stabilire il numero di denti degli ingranaggi sono sintetizzati nelle seguenti due relazioni periodiche, che provengono dal ciclo metonico di 19 anni e dal ciclo di eclissi di Saros:

$$19 \text{ anni solari} = 235 \text{ mesi sinodici} = 254 \text{ mesi siderei} \quad (5.1)$$

$$223 \text{ mesi sinodici} = 1 \text{ Saros} = 1/3 \text{ Exeligmos} \quad (5.2)$$

Il problema era ideare treni di ingranaggi che partendo da una ruota principale avrebbero convertito gli anni solari nelle unità di tempo dei quadranti opportuni. Di seguito analizzerò ogni singola lancetta e spiegherò quali ingranaggi la azionano.

## 5.1 Puntatore del sole medio sul quadrante dello zodiaco

Il puntatore del sole è semplicemente fissato all'asse della ruota b1. Questa ruota dentata (223 denti) è messa in moto dalla corona circolare a1 (48 denti) a sua volta azionata direttamente dall'utente. C'è però da precisare che il rapporto  $48/223$  non è di alcun interesse per le funzionalità del meccanismo perché tutti gli altri treni di ingranaggi partiranno dalla ruota b1 in quanto ogni suo giro rappresenta un anno solare.

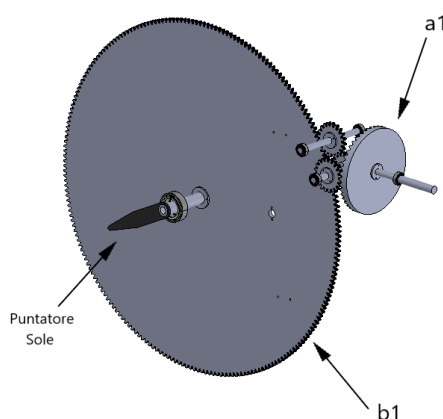


Figura 5.3: Ingranaggi del puntatore del Sole

## 5.2 Puntatore della luna sul quadrante dello zodiaco

Il puntatore della luna indica la posizione del satellite rispetto allo zodiaco e cioè rispetto alle stelle fisse, un suo giro completo quindi sarà pari ad un mese sidereo. Dalla relazione (5.1) proveniente dal ciclo metonico, il puntatore deve ruotare 254 volte in senso orario attorno al quadrante contemporaneamente a b1 che ruota 19 volte; quindi il rapporto di trasmissione desiderato è  $254/19$ . Un ingranaggio con

254 denti sarebbe stato troppo grande, per questo doveva essere scomposto con un treno di ingranaggi. La ruota b1 è collegata sullo stesso asse con la ruota b2 (64 denti) e quindi girerà anch'essa con una frequenza di 1 giro/anno. Questa ingrana con la ruota c1 (38 denti), producendo una rotazione pari a  $64/38$  giri/anno, e a sua volta trascina la ruota c2 (48 denti) alla stessa velocità angolare. Ora d1 (24 denti) essendo trascinata da c2 farà girare il proprio asse e quindi anche d2 (127 denti) ad una frequenza di  $64/38 \times 48/24$  giri/anno. Infine, facendo ingranare d2 con e2 (32 denti) si produrrebbe il rapporto desiderato:  $64/38 \times 48/24 \times 127/32 = 254/19$ . Dalla Figura 5.4 si può osservare che c'è un ulteriore ingranaggio formato dalle ruote e1 e b3, entrambe di 32 denti. Questo ingranaggio non modifica il rapporto di trasmissione totale ma inverte il senso di rotazione, in modo da far ruotare la lancetta della Luna nello stesso senso di quella del Sole. Dunque, il puntatore della Luna sarà collegato all'asse della ruota b3, concentrico a quello della ruota b1. In questo modo abbiamo riprodotto la velocità di rotazione media della Luna. Sappiamo però che il moto della Luna è parecchio più complicato, per prima cosa essendo l'orbita lunare ellittica non è un moto circolare uniforme e inoltre a causa dell'attrazione gravitazionale del Sole abbiamo una precessione anomalistica, cioè l'intervallo tra due successivi passaggi della Luna al perigeo ha una durata ancora differente da quella degli altri mesi definiti in precedenza ed è detto mese anomalistico. Per risolvere queste anomalie sono presenti altri ingranaggi collegati con l'asse della ruota e2 di cui discuteremo in seguito.

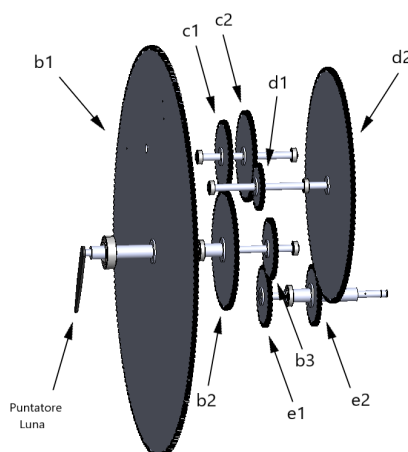


Figura 5.4: Ingranaggi del puntatore della Luna

### 5.3 Quadrante metonico

Il quadrante Metonico divide deliberatamente il ciclo metonico di 19 anni in 5 sottocicli di 47 mesi in modo che in ciascuno di essi possa verificarsi lo stesso modello di mesi pieni e vuoti. Quindi il puntatore deve ruotare una volta ogni 19/5 volte che ruota b1, cioè deve fare 5/19 giri/anno. Il progettista ha usato tre coppie di ingranaggi, come mostrato in Figura 5.5. Il treno inizia con la ruota b2 (64 denti) e si innesta con la ruota l1 (38 denti). L'ingranaggio l2 (53 denti), trascinato dall'asse dell'ingranaggio precedente ingrana con m1 (96 denti) il quale trascina m2 (15 denti) che a sua volta mette in rotazione n1 (53 denti). Il rapporto di trasmissione prodotto è pari a  $64/38 \times 53/96 \times 15/53 = 5/19$ .

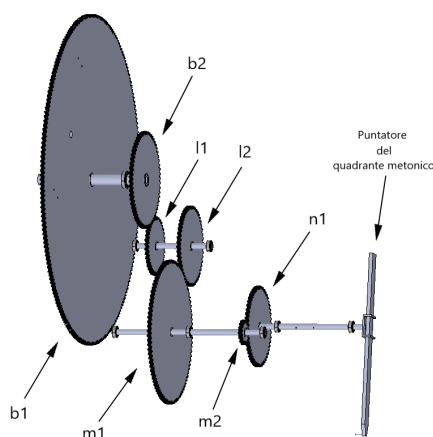


Figura 5.5: Ingranaggi del puntatore del ciclo metonico

### 5.4 Quadrante giochi

Il puntatore del quadrante dei giochi ha un periodo di 4 anni solari, cioè una velocità di 1/4 giri/anno. Questo poteva essere semplicemente guidato dalla rotazione annuale di b2, ma trovandosi all'interno del quadrante metonico, il progettista ha scelto un semplice treno di ingranaggi che parte dall'ultimo ingranaggio del ciclo metonico descritto sopra. Abbiamo che l'ingranaggio n3 (57 denti), fisso con l'asse di n1, ha quindi una velocità di 5/19 giri/anno. Questo ingrana con o1 (60 denti) produce un rapporto di trasmissione pari a 57/60 che moltiplicato per 5/19 dà esattamente 1/4.

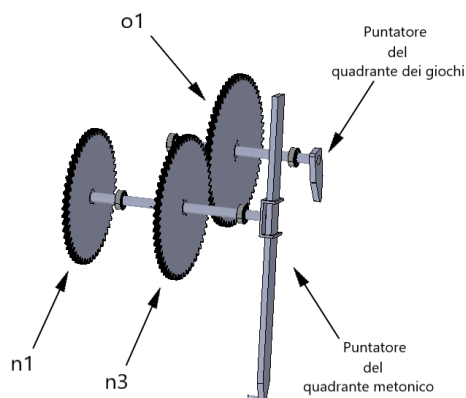


Figura 5.6: Ingranaggi del puntatore dei giochi

## 5.5 Quadrante callippico

Il puntatore del quadrante callippico ha un periodo di rotazione pari a 4 cicli metonici. Quindi partendo dall'asse dell'ingranaggio  $n1$ , che ha una velocità pari a  $5/19$  giri/anno, la ruota  $n2$  (15 denti) ingrana con la ruota  $p1$  (60 denti). La velocità di rotazione di quest'ultima sarà trasmessa alla ruota  $p2$  (12 denti) che a sua volta ingrana con la ruota  $q1$  (60 denti). Questo treno di ruote produce un rapporto di trasmissione pari a  $15/60 \times 12/60 = 1/20$  che moltiplicato per  $5/19$  giri/anno da una velocità di  $1/76$  giri/anno ovvero 4 cicli metonici.

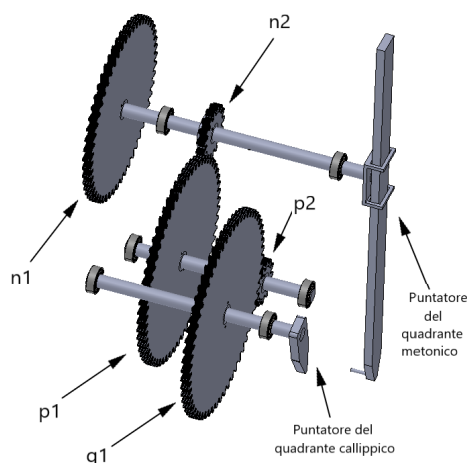


Figura 5.7: Ingranaggi del puntatore del ciclo callippico



## 5.6 Quadrante di Saros

Il quadrante Saros divide il ciclo di Saros di 223 mesi in quattro sottocicli. Il puntatore deve quindi ruotare con un periodo pari a  $223/4$  mesi sinodici, che convertiti in anni solari sono  $223/4 \times 19/235 = 4237/940$  anni solari, ovvero una velocità di  $940/4237$  giri/anno. In questo rapporto, 223 è un numero primo, quindi non c'è modo di evitare di avere una ruota, piuttosto grande, con 223 denti. Partendo da b2 (64 denti), con velocità di 1 giro/anno, questa ingrana con la ruota l1 (38 denti). Sullo stesso asse è collegata l2 (53 denti) che ingrana con m1 (96 denti) trascina anche la ruota m3 (27 denti). Quest'ultima ingrana con la ruota e3 (223 denti) che è fissata insieme alla ruota e4 (188 denti) la quale mette in rotazione la coppia di ruote f1 (53 denti) e f2 (30 denti). f2 ingrana con la ruota g1 (54 denti) guida il puntatore del quadrante di Saros. Il rapporto di trasmissione così ottenuto sarà:  $64/38 \times 53/96 \times 27/223 \times 188/53 \times 30/54 = 940/4237$  giri/anno.

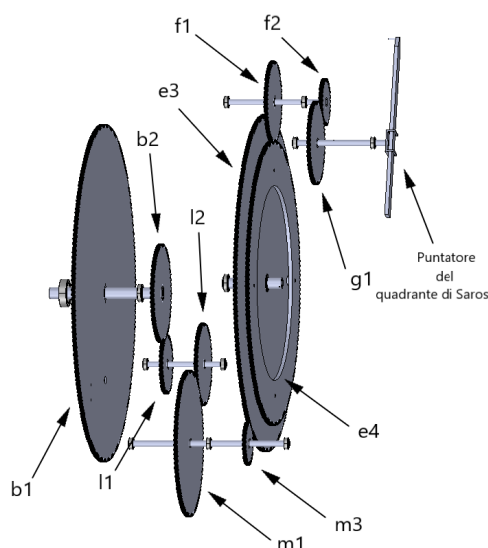


Figura 5.8: Ingranaggi del puntatore del ciclo di Saros

## 5.7 Quadrante exeligmos

Come già detto il ciclo Exeligmos è un periodo composto da 3 cicli di Saros, essendo poi il ciclo di Saros diviso in 4 sottocicli un giro completo richiede che il puntatore Saros ruoti 12 volte. Cioè la velocità del puntatore del quadrante Exeligmos è  $1/12$  di quella del quadrante Saros. Questo rapporto si ottiene facilmente partendo dalla ruota g2 (20 denti) fissata nello stesso asse del puntatore

di Saros. Questa si ingrana con h1 (60 denti) che traccina h2 (15 denti) e quindi ingrana i1 (60 denti). Infatti si ha  $20/60 \times 15/60 = 1/12$ .

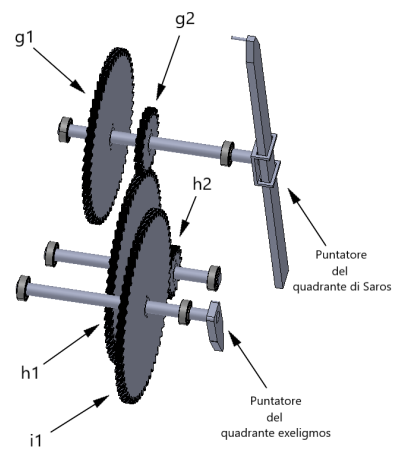


Figura 5.9: Ingranaggi del puntatore del ciclo exeligmos

# Capitolo 6

## Correzioni sul moto della Luna

Il treno degli ingranaggi che guidano il puntatore della Luna, per come lo abbiamo presentato nel paragrafo 5.2, produce un moto uniforme pari alla velocità media di rotazione del satellite. Ma poiché questo moto intorno alla Terra varia in velocità a causa della sua orbita ellittica, sono richieste alcune correzioni. Come è facile intuire la velocità orbitale varia dal suo massimo sul perigeo al suo minimo all'apogeo. Questo problema è risolto dal meccanismo di pin-and-slot. Infine, un'altra correzione da svolgere è quella dovuta alla precessione anomalistica ovvero la rotazione della linea che collega il perigeo all'apogeo, detta linea degli apsidi.

### 6.1 Pin and slot

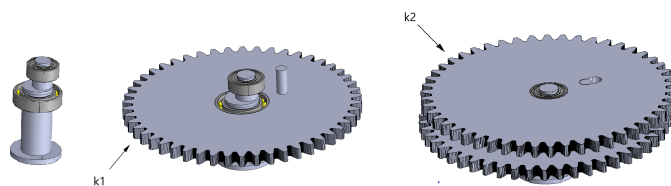


Figura 6.1: Ingranaggi del meccanismo pin-and-slot

Il dispositivo per produrre il moto non uniforme della Luna consiste in 2 ruote dentate chiamate  $k1$  e  $k2$ , illustrate nella Figura 6.1. Abbiamo quindi un perno con un fuori centro e due cuscinetti che permettono alle ruote di girare libere. La ruota  $k1$  ha un pin che scorrendo nello slot di  $k2$  la trascina. In questo modo si riproduce un moto non uniforme, in particolare  $k2$  ruoterà più velocemente quando il pin sta nella parte interna dello slot e più lentamente quando il pin

sta verso l'esterno. Inserendo questo meccanismo nel treno degli ingranaggi del puntatore della Luna e impostando correttamente i parametri di eccentricità si è riprodotto il moto non uniforme della Luna. Come si può vedere dalla Figura 6.2, questo meccanismo è collegato con l'asse della ruota e2 che gira alla velocità media della Luna. Sul di esso è fissata la ruota e5 che trasmette il moto alla ruota k1. Questa come abbiamo già detto trascina k2 tramite il pin producendo una rotazione non uniforme che viene infine trasmessa alla ruota e6, la quale attraverso un asse concentrico ed interno a quello di e2 mette in moto la ruota e1. Le ruote aggiuntive (e5, e6, k1, k2) hanno tutte 50 denti in modo da non modificare il rapporto di trasmissione complessivo del treno di ingranaggi. Vediamo ora, seguendo le dimostrazioni proposte da Carman, Evans e Thorndyke [3], l'equivalenza di questo meccanismo con i modelli teorici dell'astronomia greca che sono il modello ad eccentrici e quello ad epicicli. Infine, vedremo l'equazione del moto prodotto da questo dispositivo e quali parametri impostare per ottenere la giusta approssimazione del moto lunare.

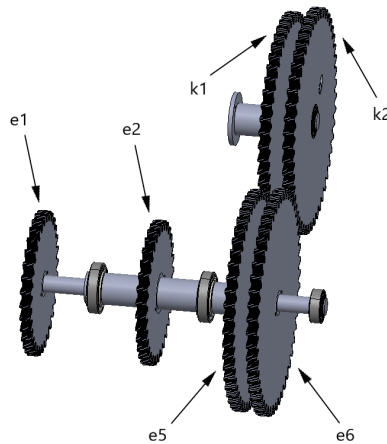


Figura 6.2: Meccanismo pin-and-slot collegato agli ingranaggi del puntatore della Luna

### 6.1.1 Equivalenza con il modello ad epicicli

In riferimento alla Figura 6.3, la circonferenza k1 rappresenta il deferente della Luna con il centro  $C_1$  nella Terra. L'epiciclo centrato in  $D$  gira in senso orario alla velocità media della Luna, quindi l'angolo  $\theta_1$  aumenta uniformemente nel tempo. Allo stesso tempo la Luna  $M$  si muove in senso antiorario nel suo epiciclo esattamente alla sua velocità, quindi l'angolo  $\alpha$  rimane uguale a  $\theta_1$ . La direzione della Luna vista dalla Terra è la linea  $C_1M$ , quindi la posizione angolare della Luna è  $\theta_1 + \phi$ .

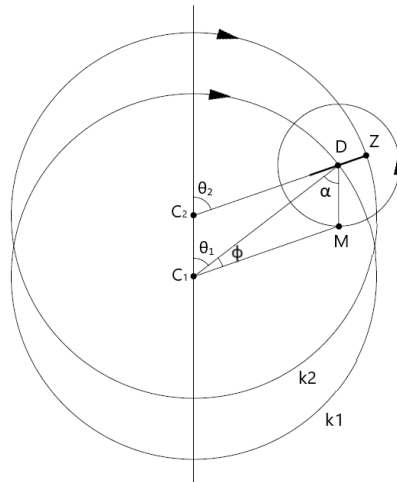


Figura 6.3: Confronto tra pin-and-slot e modello ad epicicli

Ora per mostrare l'equivalenza con il meccanismo pin-and-slot consideriamo il pin montato sulla ruota  $k1$  nel punto  $D$  (nella realtà  $k1$  sarà leggermente più grande in modo che il pin sarà fissato internamente alla ruota e non sul suo perimetro). La ruota  $k2$  gira intorno al centro  $C_2$  e ha uno slot radiale (rappresentato dalla linea più spessa). La posizione angolare di  $D$  rispetto a  $C_2$  sarà pari a  $\theta_2$ , ma grazie all'uguaglianza di  $\theta_1$  con  $\alpha$  segue che  $DM$  rimane parallelo a  $C_1C_2$ . Dunque se nel pin-and-slot scegliamo l'eccentricità  $C_1C_2$  pari a  $DM$  (il raggio dell'epiciclo) avremo che l'angolo  $\theta_2$  sarà sempre uguale a  $\theta_1 + \phi$ . Se consideriamo un punto  $Z$  sul bordo di  $k2$ , esso si muoverà con un moto circolare ma ad una velocità angolare non costante e la posizione angolare di  $Z$  osservata da  $C_2$  è sempre la stessa di quella di  $M$  osservata da  $C_1$ .

### 6.1.2 Equivalenza con il modello ad eccentrici

Come fu dimostrato da Tolomeo nell'Almagesto, c'è un'equivalenza geometrica tra il modello ad epicicli e quello ad eccentrici. In riferimento alla Figura 6.4 e sapendo che  $DM$  rimane sempre parallelo a  $C_1C_2$  (per la dimostrazione di prima) segue che il punto  $M$  si muove di moto uniforme lungo la circonferenza tratteggiata  $k3$  centrata in  $C_3$  (circonferenza eccentrica). Il punto  $C_3$  si trova al di sotto di  $C_1$  ad una distanza pari al raggio  $DM$  dell'epiciclo. Ora confrontando questo modello con il pin-and-slot è chiaro che i due modelli producono lo stesso moto angolare ma non lo stesso moto fisico. Infatti il pin-and-slot produce un moto a velocità non costante sulla circonferenza  $k2$  mentre l'eccentrico produce un moto uniforme lungo la circonferenza  $k3$ .

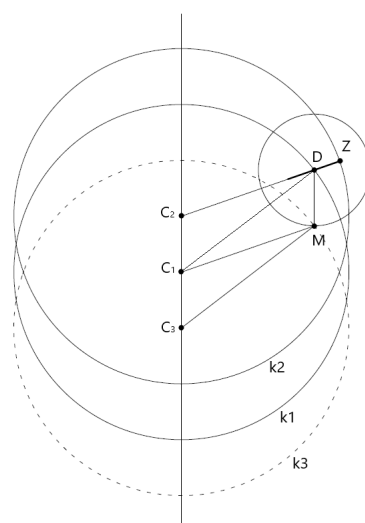


Figura 6.4: Confronto tra pin-and-slot, modello ad epicicli e modello ad eccentrici

### 6.1.3 Equazione del moto prodotto dal dispositivo pin-and-slot

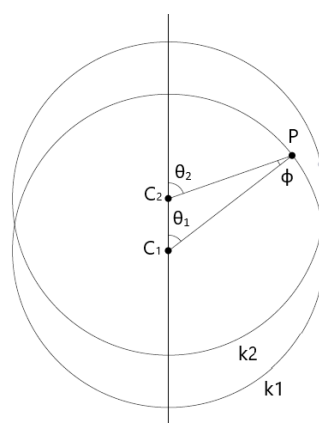


Figura 6.5: Schematizzazione pin-and-slot

Usando la notazione mostrata nella Figura 6.5, la regola del seno nel triangolo  $C_1C_2P$  da

$$\frac{C_1C_2}{\sin \phi} = \frac{C_1P}{\sin(\pi - \theta_2)}$$

Essendo  $\theta_2 = \theta_1 + \phi$  si ha

$$\sin(\pi - \theta_2) = \sin(\pi - \theta_1 - \phi) = \sin(\theta_1 + \phi)$$

e quindi

$$\sin \phi = \frac{C_1C_2}{C_1P} \sin(\theta_1 + \phi)$$

Ponendo ora  $e = \frac{C_1 C_2}{C_1 P}$ , usando la formula di addizione  $\sin(\theta_1 + \phi) = \sin \theta_1 \cos \phi + \cos \theta_1 \sin \phi$  e l'identità fondamentale della trigonometria  $\cos \phi = \sqrt{1 - (\sin \phi)^2}$  si ha

$$\begin{aligned}\sin \phi &= e(\sin \theta_1 \sqrt{1 - \sin^2 \phi} + \cos \theta_1 \sin \phi) \\ \sin \phi - e \cos \theta_1 \sin \phi &= e \sin \theta_1 \sqrt{1 - \sin^2 \phi}\end{aligned}$$

Elevando tutto al quadrato risolviamo per  $\sin \phi$

$$\sin^2 \phi + e^2 \cos^2 \theta_1 \sin^2 \phi - 2e \sin^2 \phi \cos \theta_1 = e^2 \sin^2 \theta_1 (1 - \sin^2 \phi)$$

$$\sin^2 \phi (1 + e^2 \cos^2 \theta_1 - 2e \cos \theta_1 + e^2 \sin^2 \theta_1) = e^2 \sin^2 \theta_1$$

$$\sin^2 \phi = \frac{e^2 \sin^2 \theta_1}{1 - 2e \cos \theta_1 + e^2}$$

$$\sin \phi = \frac{e \sin \theta_1}{\sqrt{1 - 2e \cos \theta_1 + e^2}}$$

Da cui

$$\phi = \arcsin \frac{e \sin \theta_1}{\sqrt{1 - 2e \cos \theta_1 + e^2}} \quad (6.1)$$

Nel meccanismo di Anticitera, la misura  $C_1 C_2 = 1.1mm$  e  $C_1 P = 9.6mm$  da  $e = 0.11$  e una variazione angolare di circa 6,5 gradi, corrispondente ragionevolmente bene ai valori moderni e a quanto storicamente stimato da Ipparco dai dati di eclissi. Ora calcolandoci la derivata  $\frac{d\theta_2}{dt}$ , ovvero la velocità angolare in uscita dalla ruota k2, possiamo vedere nel grafico illustrato in Figura 6.6 l'andamento non costante della velocità. Sapendo che  $\theta_2 = \theta_1 + \phi$  e  $\frac{d\theta_1}{dt} = \omega_1 = \text{costante}$  segue che

$$\omega_2 = \frac{d\theta_2}{dt} = \omega_1 + \frac{d\phi}{dt} \quad (6.2)$$

dove

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{e^2 \sin^2 \theta_1}{1 - 2e \cos \theta_1 + e^2}}} \cdot \left( \frac{\omega_1 e \cos \theta_1}{\sqrt{1 - 2e \cos \theta_1 + e^2}} - \frac{\omega_1 e^2 \sin^2 \theta_1}{(1 - 2e \cos \theta_1 + e^2)^{3/2}} \right)$$

Scegliendo come parametro  $e = 0.11$  e sapendo che  $\omega_1 = \frac{2\pi}{27.32} [\frac{rad}{giorno}]$  il grafico di  $\omega_2$  in funzione di  $\theta_1$  è mostrato nella Figura 6.6.

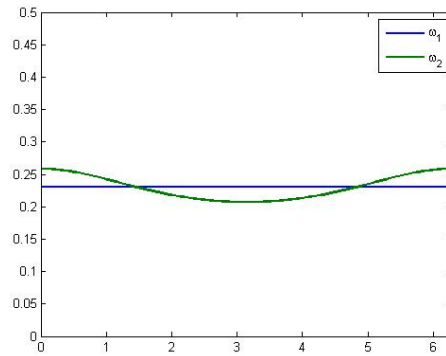


Figura 6.6: Grafici delle velocità angolari per il moto della Luna

## 6.2 Precessione anomalistica

Tuttavia, il periodo corretto dell'orbita lunare, cioè l'intervallo tra due successivi passaggi della Luna al perigeo ha una durata di 27,55 giorni. Questo periodo è chiamato mese anomalo. La sua durata è leggermente maggiore perché l'orbita ellittica della luna stessa ruota, questa è nota come precessione anomalistica o precessione della linea degli apsidi. La linea degli apsidi completa una rotazione in circa 8,85 anni e questo ciclo fu riprodotto dal progettista in un modo molto ingegnoso. L'ingranaggio k1 verrebbe montato su una ruota più grande, e3, che a sua volta fa parte degli ingranaggi del ciclo di Saros ed ha un rapporto di trasmissione pari a  $64/38 \times 53/96 \times 27/223 = 477/4237 = 1/8,88$  giri/anno, un'ottima approssimazione del ciclo della linea degli apsidi. Poiché la ruota e3 gira nella stessa direzione dell'ingranaggio e5, la velocità di rotazione della prima non ha alcun effetto sulla velocità di rotazione del treno di ingranaggi. L'effetto della rotazione di e3, tuttavia, è che gli ingranaggi k1 e quindi k2 avrebbero bisogno di ruotare un po' di più per completare un giro completo rispetto all'ingranaggio e6. Questa rotazione extra corrisponde alla differenza tra i mesi anomali e siderei. In definitiva, la ruota e2 avrebbe due funzioni: effettuare questa correzione e anche guidare i treni di ingranaggi dei puntatori Saros.



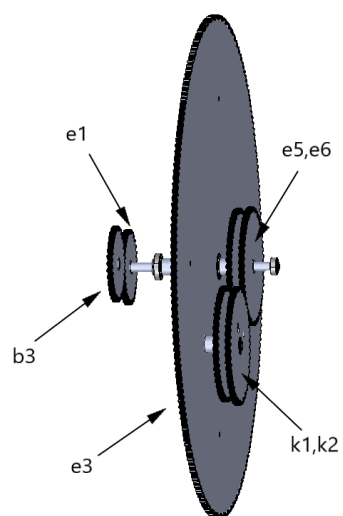


Figura 6.7: Meccanismo per riprodurre la precessione anomalistica

# Capitolo 7

## I pianeti nel Meccanismo di Anticitera

Derek de Solla Price in un suo articolo sul meccanismo di Anticitera disse di aver visto delle iscrizioni sul retro della macchina riferite ai pianeti. Studi successivi, in particolare la tomografia a raggi X, hanno confermato il riferimento a Venere. Sebbene quasi tutta la parte planetaria sia stata persa durante il naufragio, in un frammento è presente un altro ingranaggio (di 63 denti) che non è richiesto nella ricostruzione del meccanismo con soltanto le funzioni indicate nei precedenti capitoli. Sembra quindi molto probabile che fossero presenti indicatori dei pianeti.

Vi sono state diverse possibili ricostruzioni teoriche di modelli planetari per riprodurre i moti dei pianeti ma al momento non è possibile fare affermazioni certe su quale sia la ricostruzione più vicina all'originale. Tuttavia, l'ipotesi avanzata da Carman, Thorndyke e Evans [3] è forse la più plausibile in quanto utilizza tecniche già presenti nel resto del Macchinario. Secondo questa ipotesi, per ogni pianeta esterno, si dovrebbe avere un ingranaggio, concentrico con il b1, che ruota alla frequenza siderea del pianeta, poi con l'aggiunta di un meccanismo pin-and-slot, montato sulla ruota b1, con la giusta eccentricità si produrrebbe il moto apparente del pianeta.

Nel seguito analizzeremo soltanto come ottenere il moto di Marte, in quanto quest'ultimo presenta vistose retrogradazioni e quindi in una futura ricostruzione è sicuramente il più illustrativo.

### 7.1 Frequenza siderea di Marte

Il primo requisito per ottenere il moto angolare di Marte è quello di avere un ingranaggio concentrico con b1 che ruota con il periodo sidereo del pianeta. Fa-

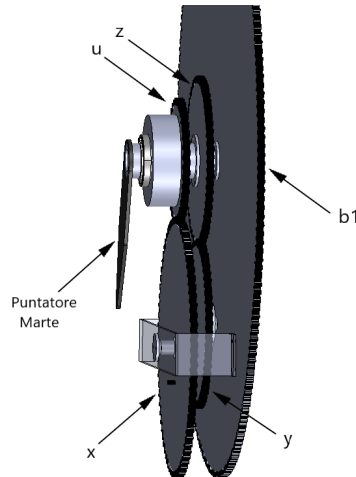


Figura 7.1: Meccanismo per riprodurre il moto di Marte

cedo riferimento alla Figura 7.1, l'ingranaggio  $u$  (37 denti) è fisso sul retro del quadrante anteriore. Gli ingranaggi  $x$  (79 denti) e  $y$  (58 denti) sono fissati nella ruota  $b1$  e quindi il loro asse ruota attorno ad  $u$  con una frequenza pari a 1 giro/anno. Per ora assumiamo  $x$  e  $y$  rigidamente fissati e quindi che ruotano alla medesima velocità angolare, vedremo poi che uno trascina l'altro attraverso il meccanismo di pin-and-slot. Infine,  $y$  ingrana con la ruota  $z$  (58 denti) che è collegata al puntatore di Marte attraverso un asse concentrico (ma indipendente) a quello di  $b1$ . Essendo  $x$  libero di ruotare sul suo asse e quest'ultimo in rotazione intorno ad  $u$  (che è fisso) ad una velocità di 1 giro/anno  $x$  ruoterà intorno al suo asse con una velocità pari a  $37/79$  giri/anno. Inoltre, la stessa velocità angolare è trasmessa a  $y$  che ingranando con  $z$  produrrebbe una velocità di  $37/79 \times 58/58 = 37/79$  giri/anno, cioè invertendo il rapporto avremmo che il puntatore di Marte completerebbe un giro ogni  $79/37 = 2,13$  anni (periodo sinodico). Se consideriamo però che anche l'asse di  $y$  ruota intorno a  $z$  alla velocità di 1 giro/anno, la velocità finale di  $z$  sarà uguale a  $1 - 37/79 = 42/79$  giri/anno. Infatti, la rotazione dell'asse produce in  $z$  una rotazione concorde a quella del Sole (considerata positiva) mentre l'altra essendo nel senso opposto è da considerarsi negativa. Infine, invertendo quest'ultimo rapporto abbiamo ottenuto un periodo di 1,88 anni, corrispondente al periodo sidereo di Marte.

## 7.2 Pin-and-slot per il moto di Marte

Secondo il modello planetario di Apollonio e Ipparco, similmente a quanto detto per la Luna, il pianeta procede con moto uniforme su una circonferenza, det-

ta epiciclo, il cui centro ruota con moto uniforme attorno alla Terra lungo una circonferenza più grande, detta deferente. Il moto del centro dell'epiciclo rappresenta il moto medio del pianeta, mentre l'epiciclo permette di salvare il suo moto retrogrado. Quando il pianeta percorre la metà superiore dell'epiciclo il suo moto concorda con quello sul deferente e dunque si somma ad esso. Quando il pianeta percorre la metà inferiore il suo moto, diretto in senso opposto, si sottrae a quello sul deferente. All'osservatore sulla Terra il pianeta appare quindi muoversi velocemente quando si trova nella parte superiore dell'epiciclo e rallentare nella sua parte inferiore fino a fermarsi e invertire, per un breve periodo, la direzione di moto. Nel caso di Marte, il modello ad epicicli è schematizzato nella Figura

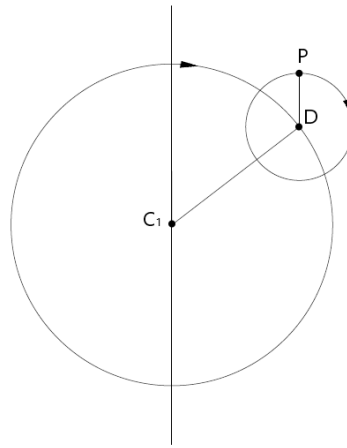


Figura 7.2: Modello ad epicicli per il moto di Marte

7.2. Il raggio del deferente sarà pari alla distanza media Marte-Sole ( $2,27 \times 10^8$  Km) mentre il raggio dell'epiciclo sarà pari alla distanza media Terra-Sole ( $1,49 \times 10^8$  Km).

Ma in questo caso la rotazione di P nell'epiciclo e la rotazione di D nel deferente sono orarie mentre nel caso della Luna una era opposta all'altra. Possiamo comunque dimostrare l'equivalenza di questo modello con il pin-and-slot perché la frequenza di rotazione del Sole è maggiore di quella del pianeta. Infatti, se ci mettiamo nel sistema di riferimento solidale alla ruota b1 (Figura 7.3) abbiamo che P si muove in senso orario nell'epiciclo ma D si muove in senso antiorario nel deferente. Ora abbiamo una situazione del tutto analoga a quella della Luna con l'unica differenza che  $\theta_2 = \theta_1 - \phi$  e dunque l'equazione della velocità angolare  $\omega_2$  della ruota y diventa

$$\omega_2 = \frac{d\theta_2}{dt} = \omega_1 - \frac{d\phi}{dt}$$

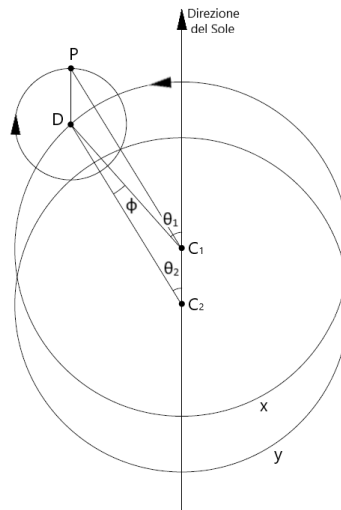


Figura 7.3: Modello ad epicicli per il moto di Marte nel sistema di riferimento solidale alla ruota b1

Ponendo come parametro  $e = \frac{C_1D}{DP} = 0,66$  e sapendo che  $\omega_1 = \frac{2\pi}{1.88} [\frac{rad}{anno}] \approx \frac{2\pi}{687} [\frac{rad}{giorno}]$ , il grafico 7.4 mostra l'andamento della velocità angolare in uscita,  $\omega_2$ . Come si può vedere  $\omega_2$  per certi angoli diventa anche negativa, questo rappresenta il fenomeno di retrogradazione del pianeta.

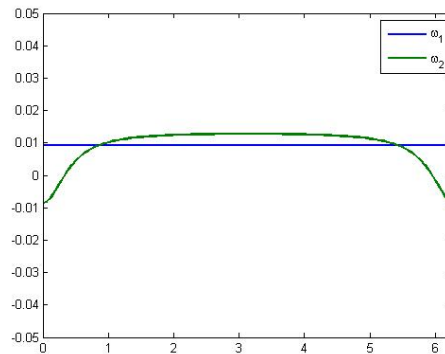


Figura 7.4: Grafico delle velocità angolari per il moto di Marte

Per quanto riguarda la costruzione del meccanismo, il fatto che  $e = 0.66 > 1/2$  comporta che lo slot nella ruota y è così lungo da superare l'asse centrale della ruota x. Per riprodurre un'eccentricità così elevata, non è stato possibile collegare le due ruote con un unico perno, come nel caso della Luna, ma come possiamo vedere nella Figura 7.1, la ruota y è libera di girare nel proprio asse direttamente collegato con la ruota b1 mentre la ruota x è fissata ad una piastra trasparente a forma di ponte.

# Capitolo 8

## Riproduzione del macchinario

Tutti i disegni riguardanti gli ingranaggi del meccanismo, esposti finora, sono stati realizzati con Solid Edge, un software CAD 3D, durante il tirocinio all'interno dell'Università di Camerino e fanno parte del progetto di ricostruzione del macchinario. Per questo lavoro non è bastato soltanto conoscere tutti gli ingranaggi e tutti i loro rapporti di trasmissione, si sono infatti posti diversi problemi tecnici che riassumerò brevemente in questo capitolo.

Per prima cosa volendo riprodurre il macchinario in modo da rendere visibili tutti gli ingranaggi abbiamo dovuto pensare ad alberi più lunghi e di conseguenza a pannelli aggiuntivi (trasparenti, in plexiglass) per fissarli. Questi pannelli sono tenuti alla giusta distanza attraverso dei distanziali a forma di cilindro cavo e fissati mediante una barra filettata stretta da dei dadi. Gli alberi invece sono fissati ai pannelli attraverso dei cuscinetti e degli anelli elastici posizionati in apposite gole.

Successivamente si è pensato a come realizzare i componenti del meccanismo. Per gli alberi la scelta è stata più o meno obbligata, per garantire una certa precisione nella rotazione infatti devono essere costruiti al tornio e come materiale si è scelto l'alluminio per ridurre il più possibile il peso. Per quanto riguarda le ruote dentate invece, si è pensato di realizzarle mediante la taglierina laser su lastre di plexiglass spesse 5 mm, raggiungendo così un buon compromesso tra costi e precisione.

Avendo ora delle ruote dentate costruite in quel modo il problema successivo è stato trovare come fissarle agli alberi. Per questo si è pensato a due diversi tipi di fissaggi. Se la ruota deve essere solidale all'albero questo avverrà attraverso un mozzo costruito in alluminio al tornio, il quale sarà fissato all'albero mediante un grano filettato. La ruota sarà poi bloccata al mozzo con due piccole viti. Se invece la ruota deve poter girare libera sull'albero allora sarà fissata ad un cuscinetto.

Fatte queste scelte si è poi proseguito disegnando con il CAD 3D tutti i componenti del macchinario e si è per ora concluso con la realizzazione di un modello 3D dell'intero macchinario.

## 8.1 Modellino Pin-and-slot

Per verificare l'effettiva realizzabilità del progetto abbiamo realizzato fisicamente un modellino del meccanismo pin-and-slot, mostrato nella Figura 8.1. Si è scelto di riprodurre proprio questo dispositivo, oltre che per l'importanza matematica e tecnica con cui approssima il moto della Luna, per la sua complessità. Questo, insieme a quello di Marte, è sicuramente il dispositivo più delicato da riprodurre. Il perno infatti scorrendo nell'asola avrebbe potuto creare troppo attrito o troppo gioco. Possiamo però confermare che funziona tutto senza intoppi.

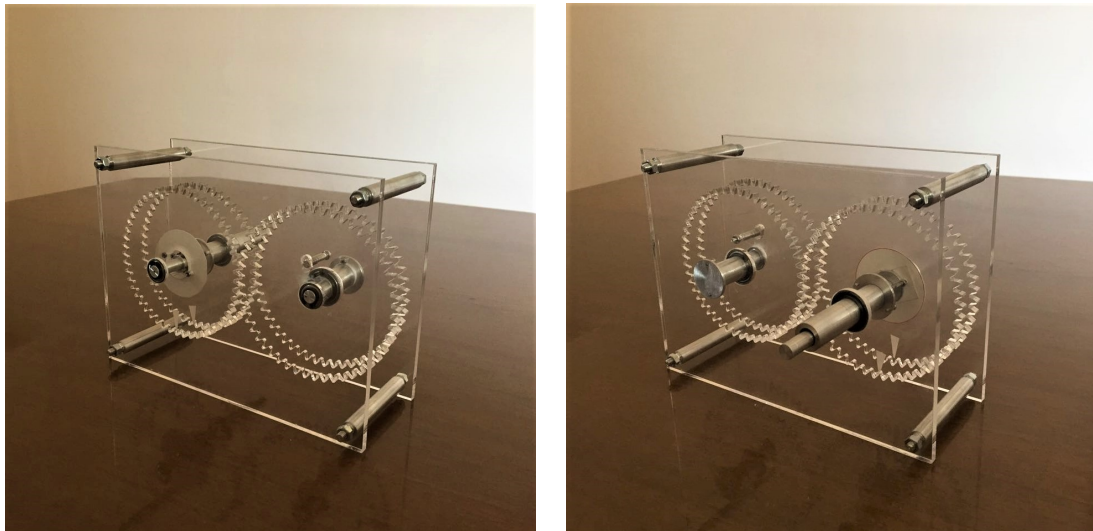


Figura 8.1: Riproduzione meccanismo pin-and-slot

# Bibliografia

- [1] M.G. Edmunds, *The Antikythera mechanism and the mechanical universe*, Contemporary Physics, 2014.
- [2] M.G. Edmunds, P. Morgan *The Antikythera mechanism: Still a mystery of Greek astronomy?*, Astronomy Geophysics 41, 2000.
- [3] C.C. Carman, A. Thorndyke, J. Evans *On the pin-and-slot device of the Antikythera mechanism, with a new application to the superior planets*, J. Hist. Astron. 43, 2012.
- [4] J.H. Seiradakis, M.G. Edmunds, *Our current knowledge of the Antikythera Mechanism*, Nature Astronomy, 2018.
- [5] M.T. Wright, *The front dial of the Antikythera mechanism*, Imperial College, London.
- [6] A. Jones, *A Portable Cosmos*, Oxford University Press, 2017.
- [7] L. Russo, *Stelle, Atomi e Velieri*, Mondadori, 2015.