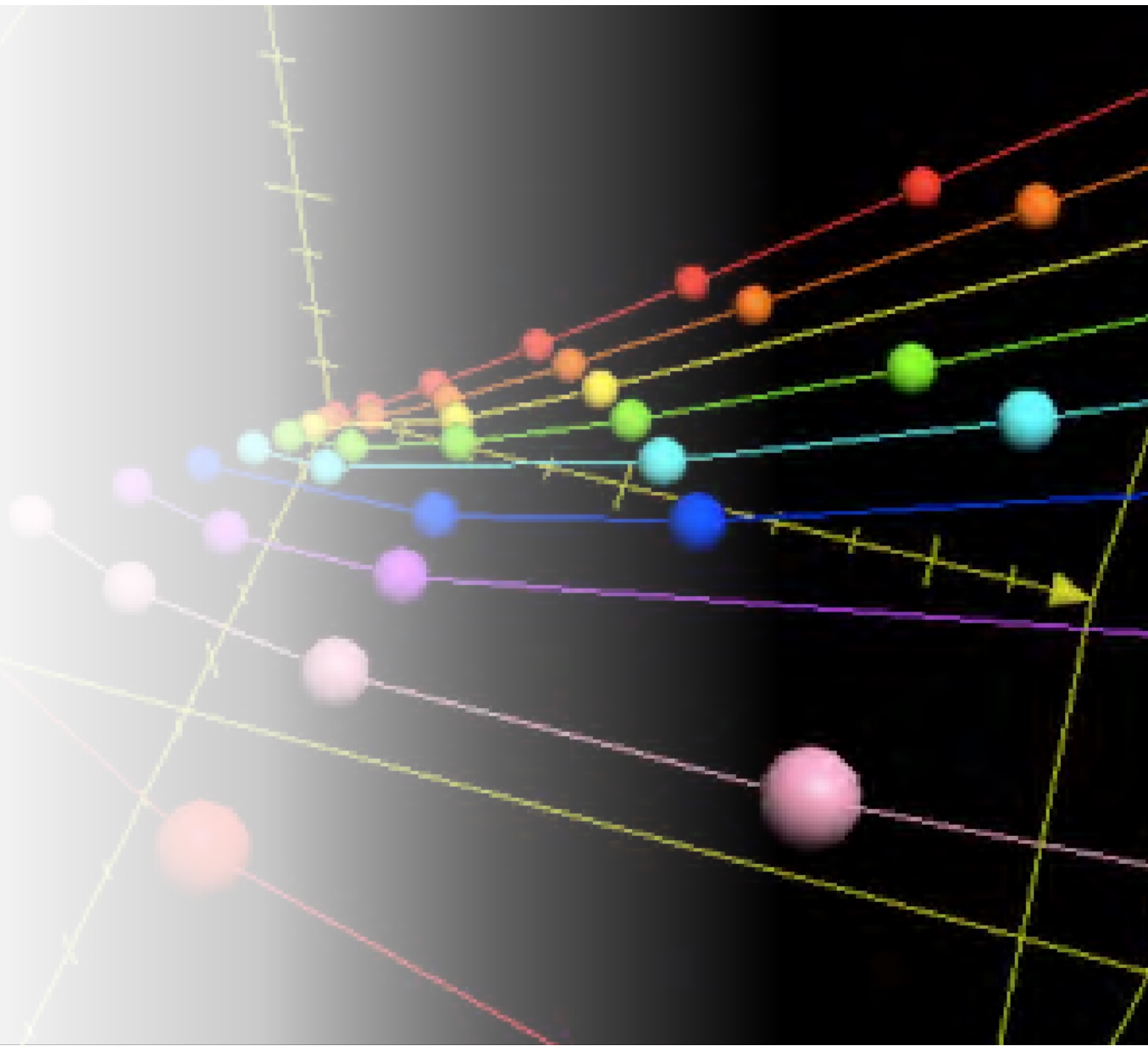




Come sono fatti gli studenti
con “difficoltà di
apprendimento in
matematica”? Dalla
disomogeneità della
popolazione all'uso di
pratiche didattiche inclusive

Anna Baccaglini-Frank
Università di Pisa





matematica?

«ragnatela» di difficoltà

Fattori Didattici

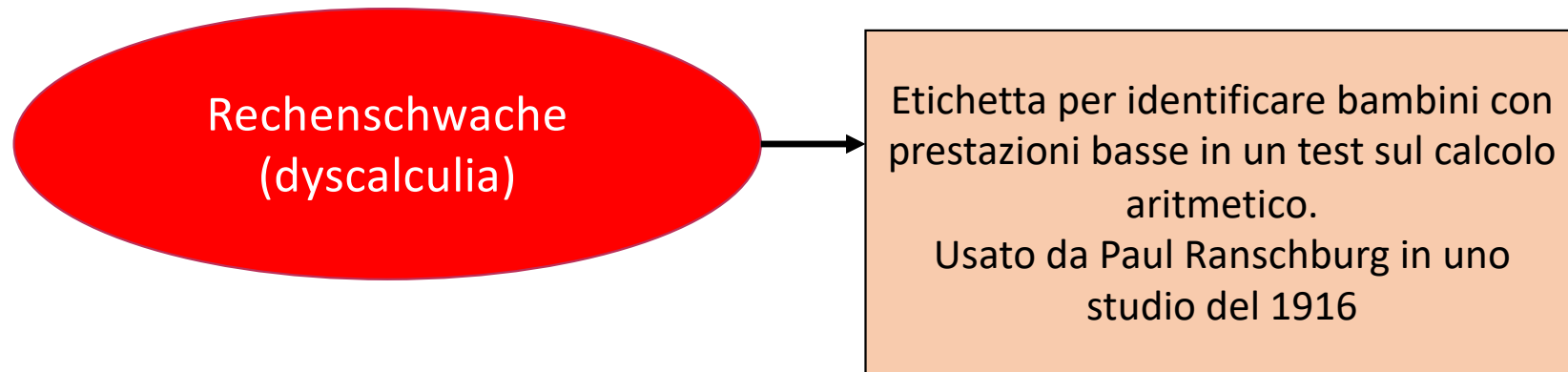
Fattori Affettivi e
Metacognitivi

Fattori Cognitivi

Fattori
Epistemologici

Questi fattori
possono andare
in risonanza gli
uni con gli altri
e aggravare le
difficoltà di
apprendimento

Il termine «dyscalculia»



Avere *dyscalculia* è sinonimo di avere
«basse prestazioni su un test di calcolo aritmetico»,
ma è anche sottintesa un'attribuzione di causalità di questo
comportamento a una condizione clinica,
...implicitamente, un attributo (invariante) della persona.



Il termine «dyscalculia»

...e problemi a distinguere tra difficoltà e disturbo

DSA, MLD (Mathematical Learning Difficulty/Disorder) e Difficoltà di apprendimento in matematica

«Developmental dyscalculia» pare essere presente nel 3.5 % - 6.5% dei bambini, con tasso di incidenza simile alla dislessia e al disturbo ADHD (Morsanyi et al., 2018; Perini, Sella, Blakey, 2021).

MA

Oltre il 20% dei bambini* alla fine della classe quinta primaria risulta essere positiva ai test usati a livello nazionale per diagnosticare la discalculia (National survey on learning disabilities del 2005).

*Si hanno risultati simili a livello internazionale (Morsanyi et al., 2018).

Il termine «dyscalculia»

...e critiche da diversi ambiti di ricerca

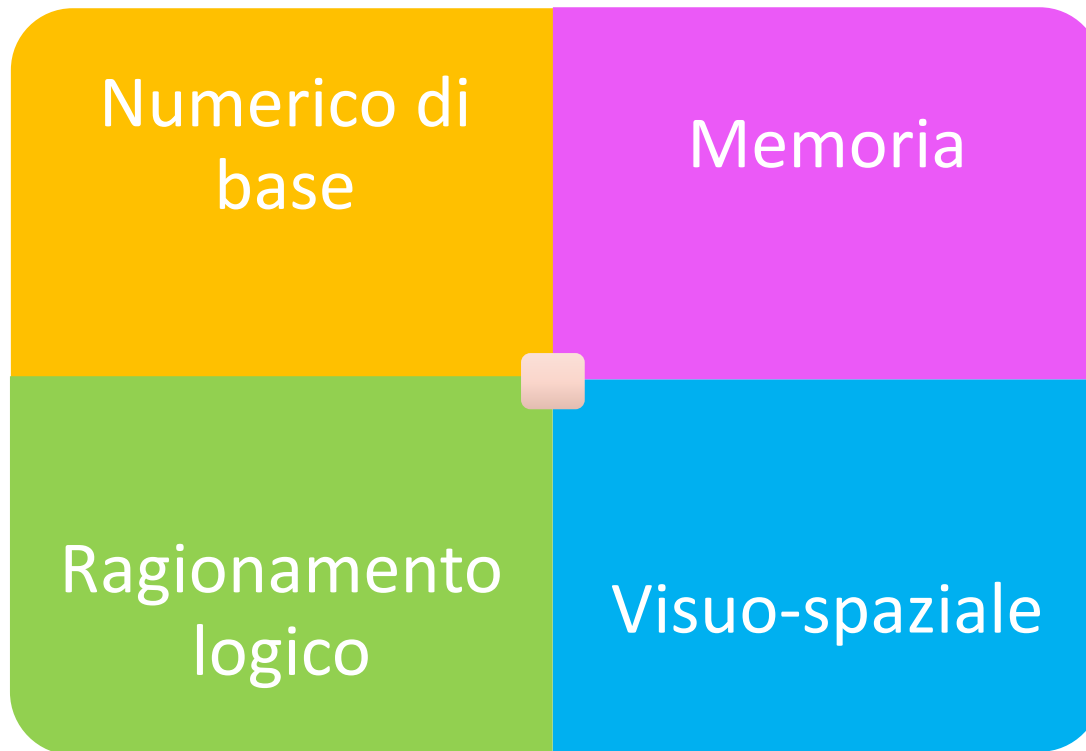
40 anni di ricerca sulla MLD (Lewis & Fischer, 2016)

- la variabilità nei criteri usati nell'identificazione
- se c'è controllo di fattori non cognitivi
- quali sono i contenuti matematici considerati nell'identificazione.

Critiche dall'ambito psicologico-diagnostico (Hale et al., 2010)

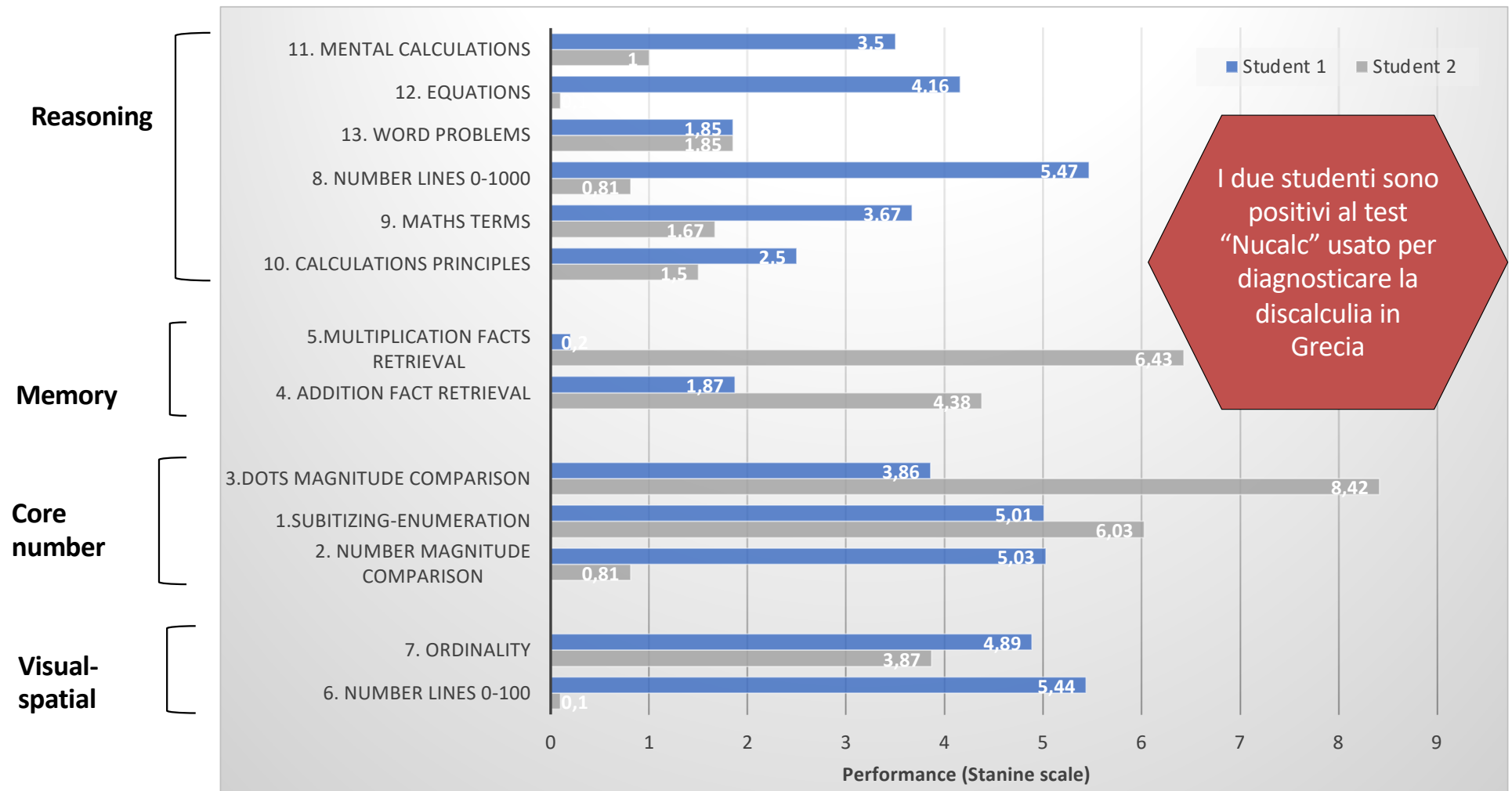
- Non si è in grado di distinguere tra basse prestazioni persistenti (dovute a cause non cognitive) e disturbo
- Il criterio di «risposta all'intervento» corrisponde al modello (fallimentare in medicina) della «diagnosi per fallimento del trattamento»

Un modo di pensare ai fattori cognitivi



Modello dei 4 domini

(Karagiannakis, Baccaglini-Frank, Papadatos, 2014)



Baccaglini-Frank, Camerino 2021

(Karagiannakis & Baccaglini-Frank, 2014)

Esempio A

Baccaglini-Frank et al.
(2020). *RicercaAzione*,
12(1), p. 193

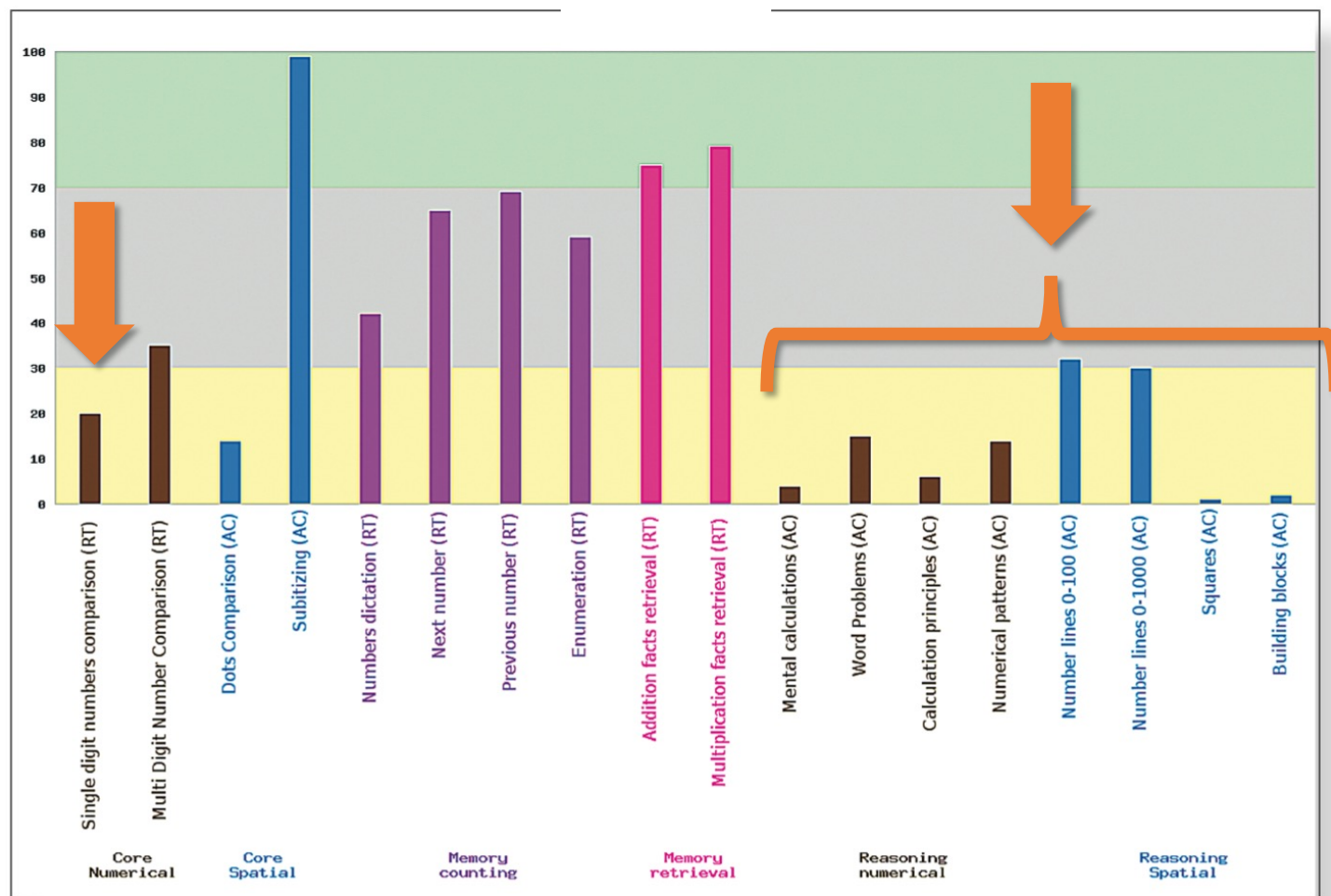
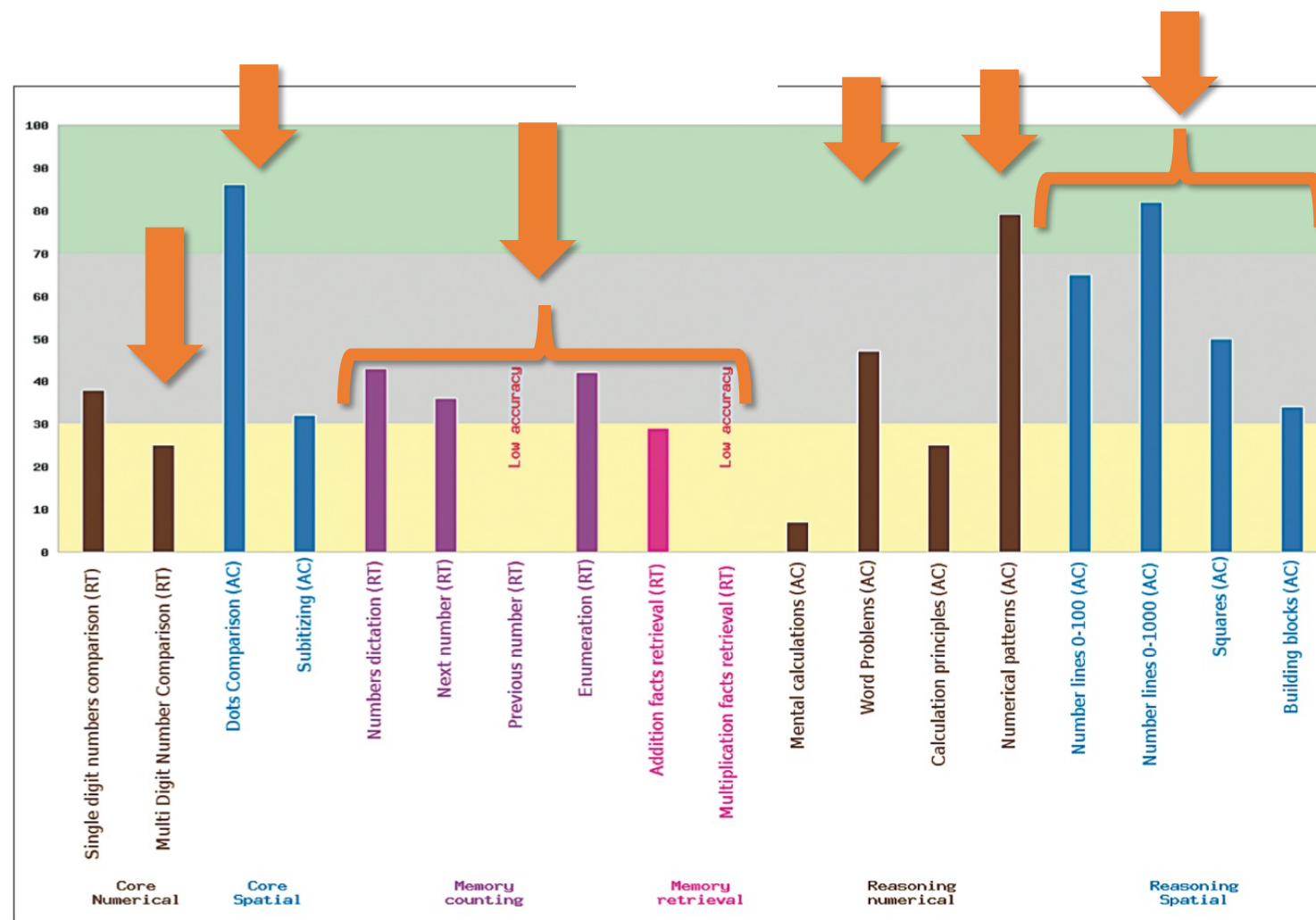


Fig. 7 - Percentili delle prestazioni sui blocchi di item della batteria MathPro di uno studente di classe prima secondaria di primo grado.

Esempio B



Baccaglioni-Frank et al.
(2020). *RicercaAzione*,
12(1), p. 194

Baccaglioni-Frank, Camerino 2021

Fig. 8 - Percentili delle prestazioni sui blocchi di item del MathPro di uno studente di classe prima secondaria di primo grado, con diagnosi di dislessia.

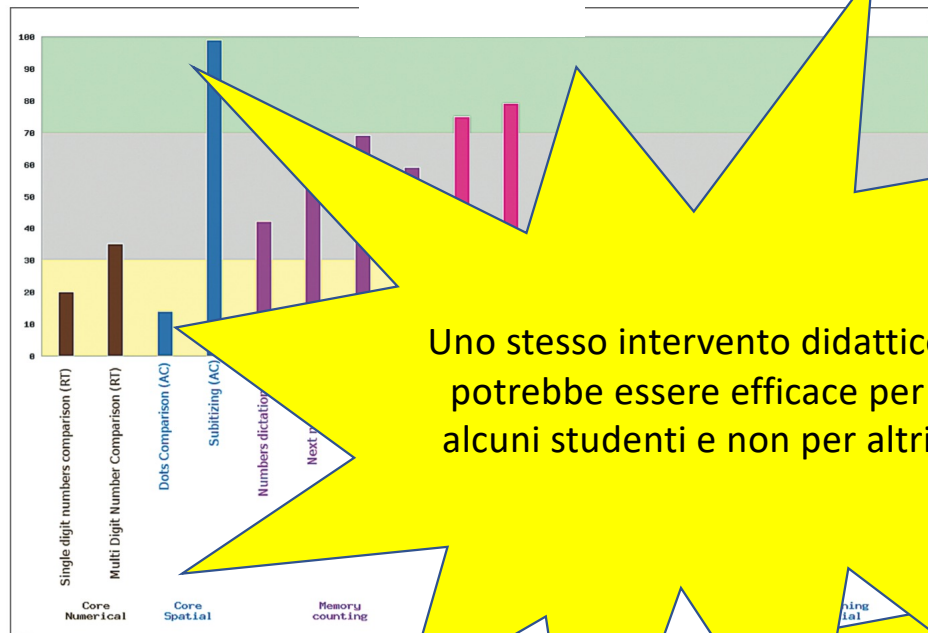


Fig. 7 - Percentili delle prestazioni sui blocchi di item della batteria MathPro di uno studente di classe prima secondaria di primo grado.

Baccaglini-Frank et al.
(2020). *RicercaAzione*,
12(1), p. 194

Baccaglini-Frank, Camerino 2021



Fig. 8 - Percentili delle prestazioni sui blocchi di item del MathPro di uno studente di classe prima secondaria di primo grado, con diagnosi di dislessia.

Uno stesso intervento didattico
potrebbe essere efficace per
alcuni studenti e non per altri

Non ha senso parlare di
popolazione omogenea di
"discalculici" o di studenti con
MLD

	Memoria (recupero fatti) ↑	Memoria (recupero fatti) ↓
Ragionamento ↑	1 (nessun particolare intervento didattico necessario)	3 (interventi basati sul ragionamento numerico o spaziale a supporto di processi di memorizzazione)
Ragionamento ↓	2 (interventi in cui la memoria supporta processi di ragionamento numerico e spaziale)	4 (è necessario approfondire la natura delle debolezze analizzando i processi di conteggio e numerici di base)

Tab. 9 - Quattro macro-tipologie di profili di riferimento per la sperimentazione di materiale didattico inclusivo.

Baccaglini-Frank et al. (2020). *RicercAzione*, 12(1), p. 195

DOI: 10.32076/RA12109

... all'uso di pratiche didattiche inclusive

Si può fare moltissimo a livello didattico per alleviare (potenziali) difficoltà cognitive. Per esempio:

- Favorire lo sviluppo di “number sense” (usare mani e dita per rappresentare e manipolare numeri, usare composizione e scomposizione);
- interpretare ed elaborare rappresentazioni geometriche di numeri, e favorire la “visualizzazione” di proprietà dei numeri in modo creativo;
- promuovere processi di *congettura* e *argomentazione* (a tutti i livelli scolari!);
- promuovere processi di *generalizzazione*;
- esplicitare (non nascondere!) le difficoltà e lavorare a livello metacognitivo;
- usare vari canali per l’accesso e la produzione dell’informazione (multimodalità);
- usare artefatti fisici e digitali, seguendo una didattica laboratoriale, per «aprire porte» al discorso matematico.

... all'uso di pratiche didattiche inclusive

Si può fare moltissimo a livello didattico per alleviare (potenziare) difficoltà cognitive. Per esempio:

- Favorire lo sviluppo di “number sense” (usare mani e piedi per rappresentare e manipolare numeri, usare composizione e scomposizione)
- interpretare ed elaborare rappresentazioni grafiche (“visualizzazione” di problemi)
- promuovere processi di *congettura*
- promuovere processi di *conferma*
- esplicitare (non nascondere!) le difficoltà e le meta-riflessioni;
- usare vari canali per l’accesso e la produzione dell’informazione (multimedialità);
- usare artefatti fisici e digitali, seguendo una didattica laboratoriale, per «aprire porte» al discorso matematico.

Per promuovere una visione
epistemologicamente corretta
della matematica!

... all'uso di pratiche didattiche inclusive

Si può fare moltissimo a livello didattico per alleviare (e non eliminare!) difficoltà cognitive. Per esempio:

- Favorire lo sviluppo di competenze: rappresentare e manipolare numeri, usare compari;
- intervenire con strategie di "visualizzazione";
- promuovere processi di ragionamento;
- promuovere l'uso di strumenti;
- esplicitare (non nascondere) le difficoltà cognitive;
- usare vari canali per l'acquisizione delle informazioni (multimodalità);
- usare artefatti fisici e digitali, seguiti da una didattica laboratoriale, per «aprire porte» al discorso matematico.

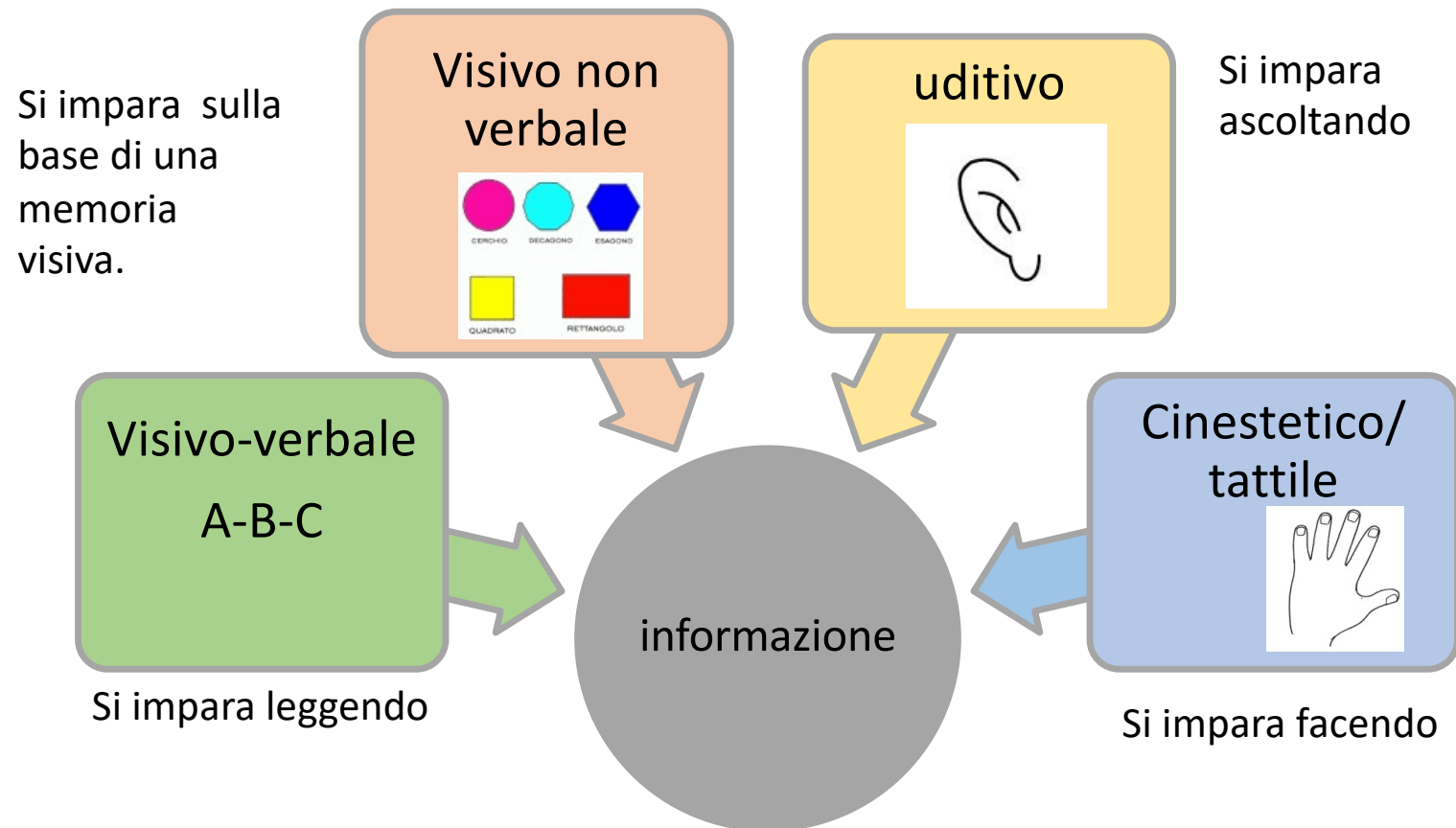
Per arrivare a una vera
**didattica della
matematica inclusiva**

... all'uso di pratiche didattiche inclusive

Si può fare moltissimo a livello didattico per alleviare (potenziali) difficoltà cognitive. Per esempio:

- Favorire lo sviluppo di “number sense” (usare mani e dita per rappresentare e manipolare numeri, usare composizione e scomposizione);
- interpretare ed elaborare rappresentazioni geometriche di numeri, e favorire la “visualizzazione” di proprietà dei numeri in modo creativo;
- promuovere processi di *congettura* e *argomentazione* (a tutti i livelli scolari!);
- promuovere processi di *generalizzazione*;
- esplicitare (non nascondere!) le difficoltà e lavorare a livello metacognitivo;
- **usare vari canali per l'accesso e la produzione dell'informazione (multimodalità);**
- usare artefatti fisici e digitali, seguendo una didattica laboratoriale, per «aprire porte» al discorso matematico.

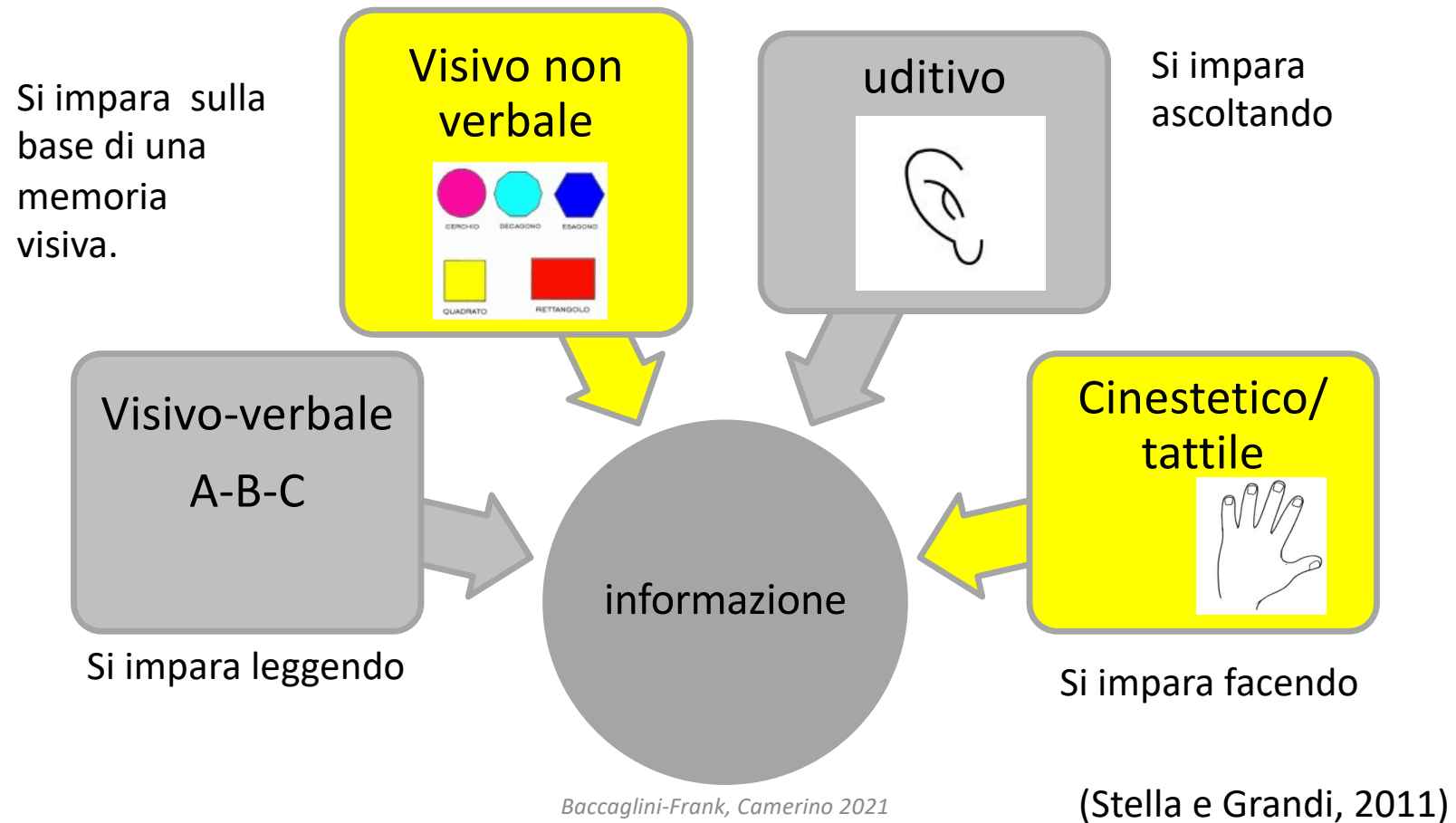
Canali di accesso alle informazioni



Baccaglini-Frank, Camerino 2021

(Stella e Grandi, 2011)

Canali di accesso alle informazioni



... all'uso di pratiche didattiche inclusive

Si può fare moltissimo a livello didattico per alleviare (potenziali) difficoltà cognitive. Per esempio:

- Favorire lo sviluppo di “number sense” (usare mani e dita per rappresentare e manipolare numeri, usare composizione e scomposizione);
- interpretare ed elaborare rappresentazioni geometriche di numeri, e favorire la “visualizzazione” di proprietà dei numeri in modo creativo;
- promuovere processi di *congettura* e *argomentazione* (a tutti i livelli scolari!);
- promuovere processi di *generalizzazione*;
- esplicitare (non nascondere!) le difficoltà e lavorare a livello metacognitivo;
- usare vari canali per l’accesso e la produzione dell’informazione (multimodalità);
- usare artefatti fisici e digitali, seguendo una didattica laboratoriale, per «aprire porte» al discorso matematico.

Un esempio

Le “tabelline”

Il progetto

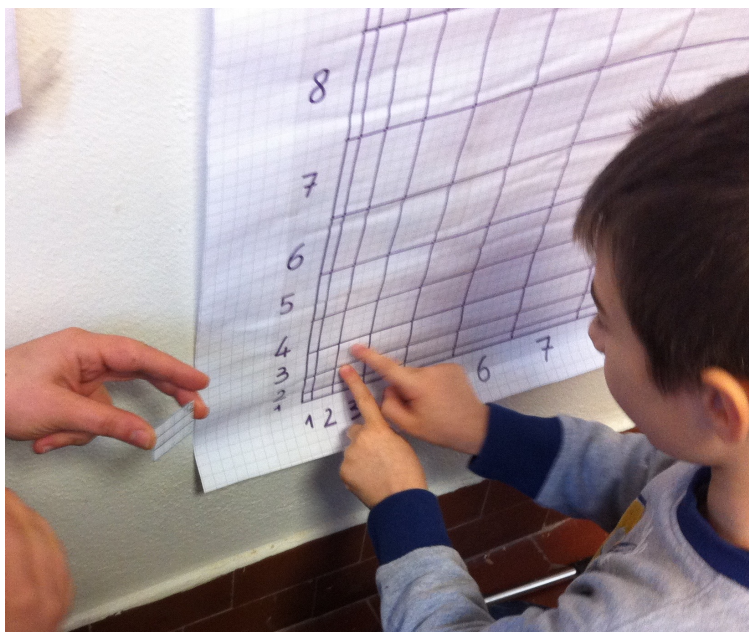


Nel progetto PerContare (tra il 2011 e il 2014), grazie ad un **lavoro congiunto tra didattici della matematica e psicologi cognitivi**, abbiamo sviluppato varie attività per un **buon avvio all'aritmetica**, a partire dalla transizione dalla **scuola dell'infanzia alla scuola primaria**.

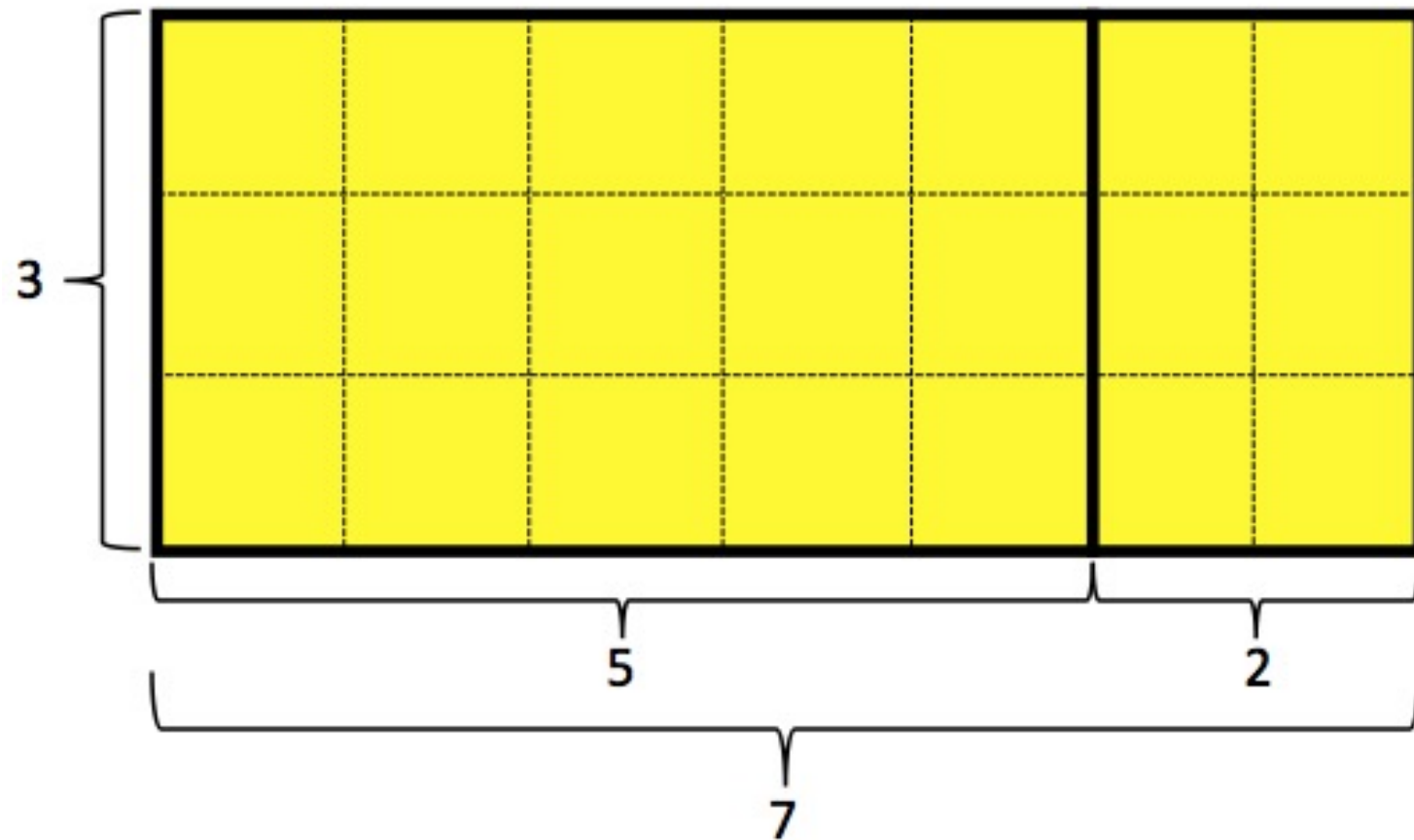
Nel 2019 è stato finanziato nuovamente fino al 2022.

(altre informazioni a www.percontare.it)

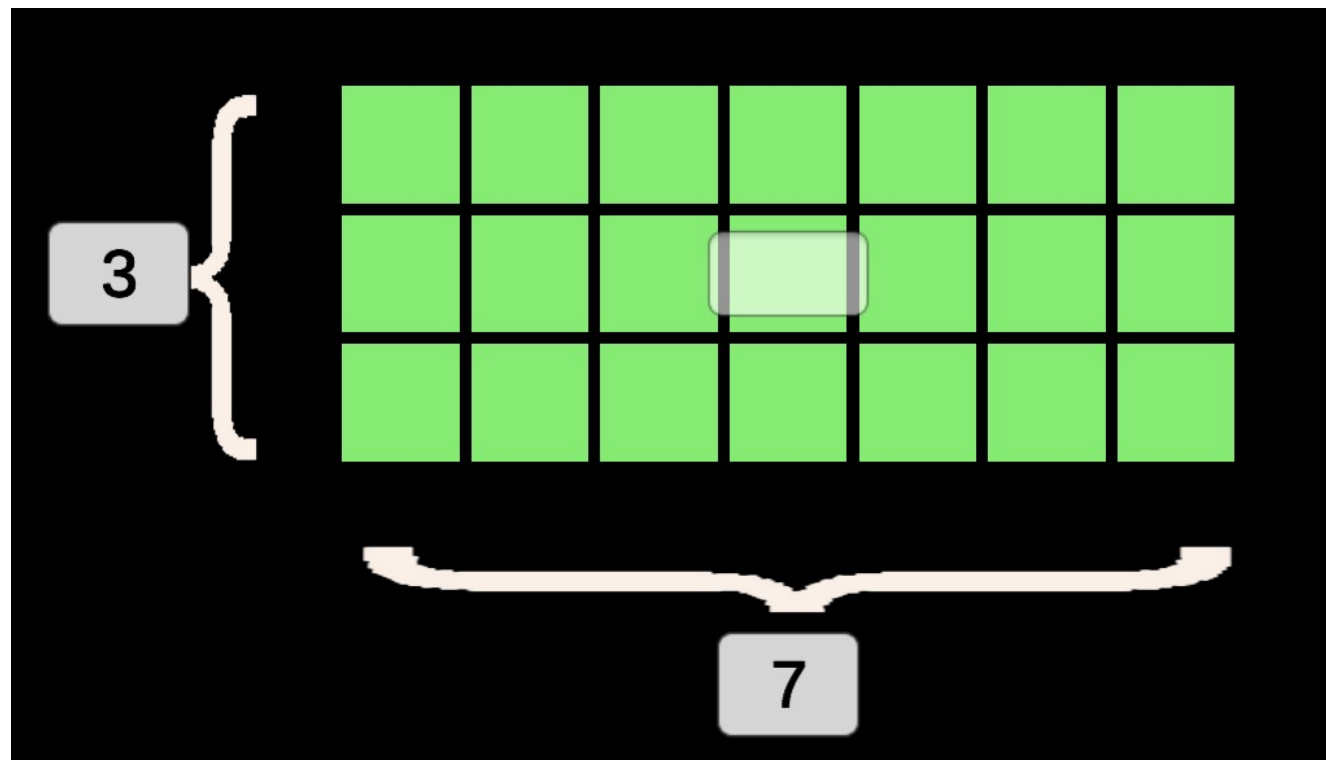
I diagrammi rettangolo



I diagrammi rettangolo

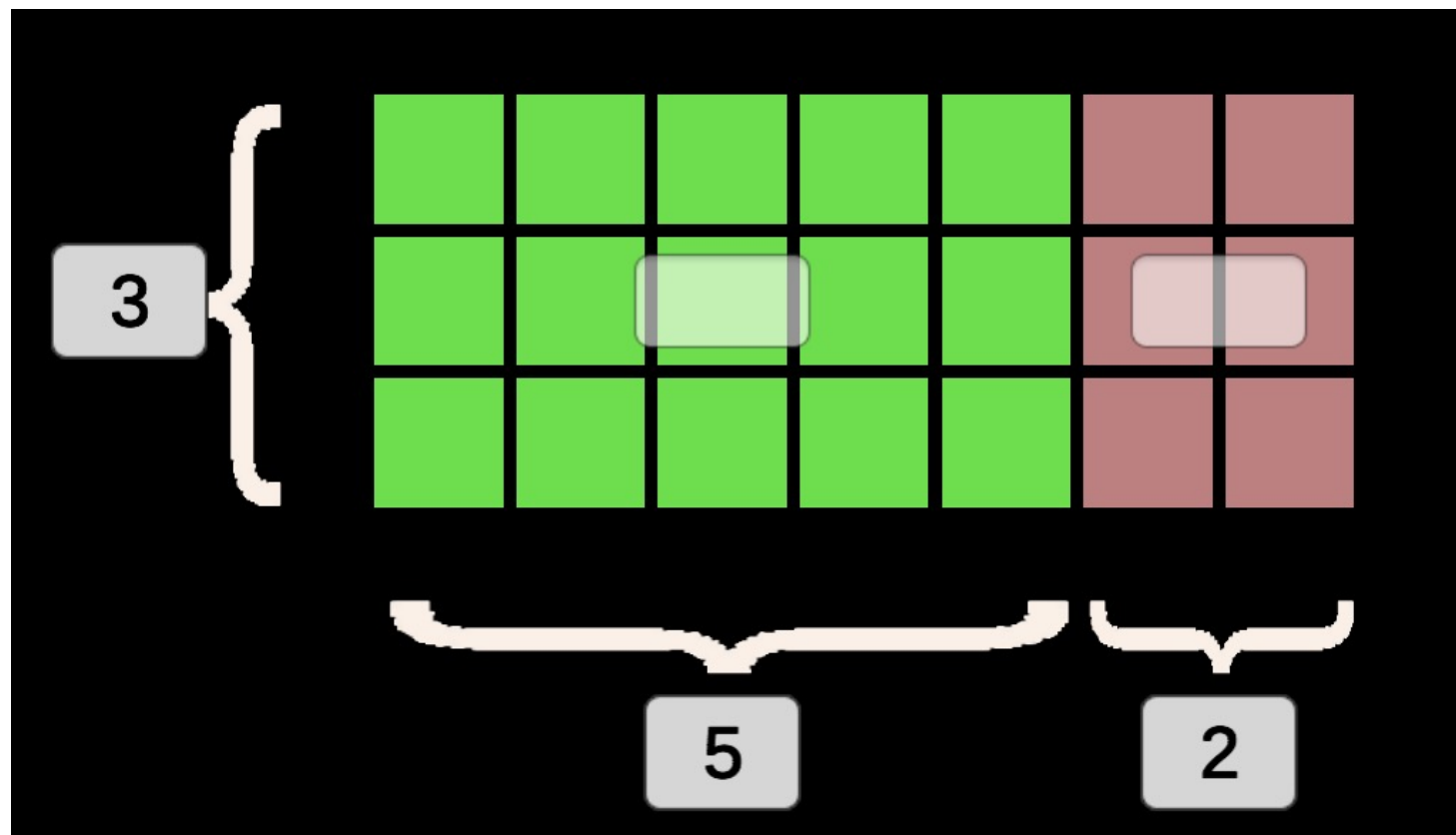


I diagrammi rettangolo: un manipolativo virtuale



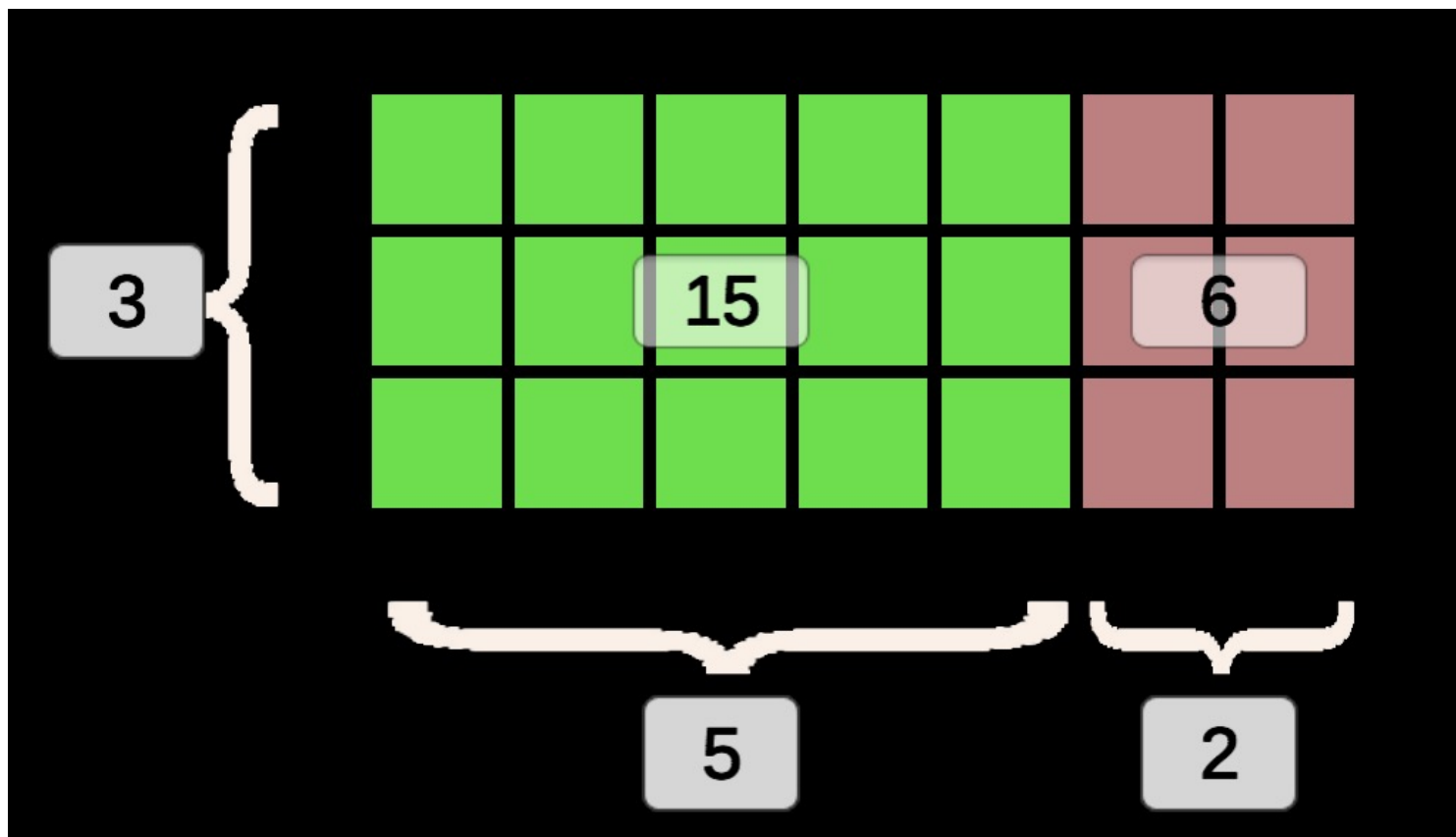
Accesso gratuito dalla sezione risorse software su www.percontare.it

I diagrammi rettangolo: un manipolativo virtuale



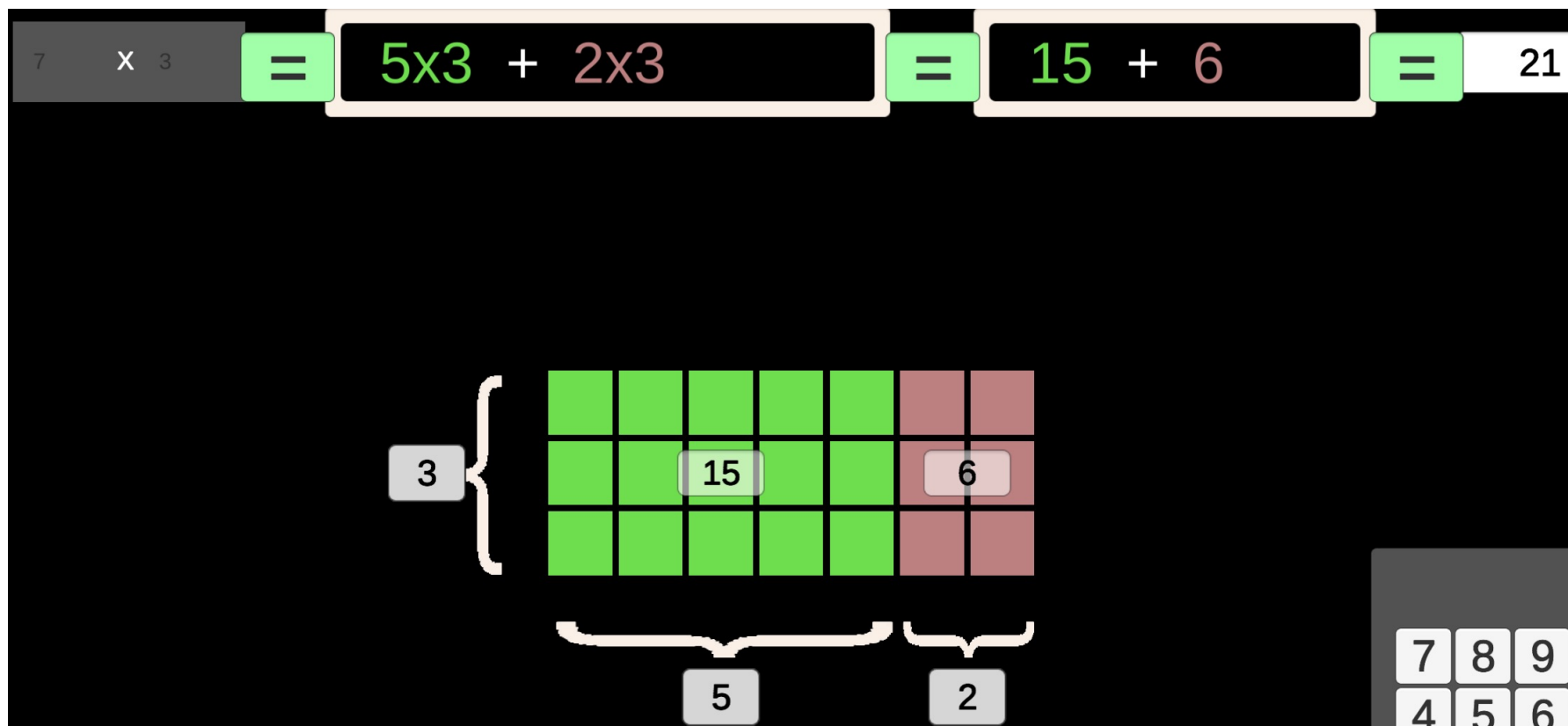
Accesso gratuito dalla sezione risorse software su www.percontare.it

I diagrammi rettangolo: un manipolativo virtuale



Accesso gratuito dalla sezione risorse software su www.percontare.it

I diagrammi rettangolo: un manipolativo virtuale



Accesso gratuito dalla sezione risorse software su www.percontare.it

Dati di uno studio longitudinale

Percentuali di bambini “a rischio”
o con diagnosi (in classe terza) di discalculia pura o in comorbidità

anno di entrata nel progetto	Classi Sperimentali	Classi di Controllo
Primo Anno (2011)	4%	7%
Secondo Anno (2012)	2%	9%
nel calcolo:	• varietà nelle strategie • elevata accuratezza (da subito) • nessun bambino non risponde • tempi più lunghi (di circa 3 m) di automatizzazione dei fatti	• strategie “standardizzate” • accuratezza minore • vari bambini non rispondono

(Baccaglini-Frank & Bartolini Bussi, 2016)

Traduzione (enfasi aggiunta):

«Probabilmente è un bisogno umano universale quello *dare significato alle situazioni* in cui ci si trova, quindi il desiderio di partecipare al discorso matematico in modo esplorativo potrebbe essere la modalità che la maggior parte delle persone usa di default.

Tuttavia se gli studenti continuano a partecipare in modo ritualistico (procedurale), questo dev'essere una reazione a qualcosa.

Probabilmente agendo in modo procedurale sono riusciti ad arrivare dove volevano. Infatti spesso di possono prendere ottimi voti alle verifiche *sospendendo il senso* ed eseguendo procedure in modo meccanico.

o anche artefatti fisici manipolabili



«Penso che imparare a esprimersi parlando di mediatori dinamici interattivi possa *aprire porte al discorso matematico* per studenti come Gal (e probabilmente molti altri):

incoraggia modalità di partecipazione esplorative, consentendo di parlare di oggetti matematici astratti *mantenendone il senso*.

Con la consapevolezza di questi oggetti e dei modi di dare loro significato, credo che più studenti possano partecipare in modo esplorativo al discorso matematico.»

In conclusione

- «studenti con difficoltà in matematica» costituisce una classe estremamente eterogenea;
- Imparare la matematica fin dalla scuola primaria dovrebbe essere molto più che imparare a «far di conto»;
- Conosciamo artefatti fisici e digitali che consentono di attivare diversi canali per l'accesso e la produzione di informazioni, favorendo un apprendimento inclusivo;
- Tali artefatti *possono favorire l'apprendimento*, fornendo protagonisti per il discorso degli studenti;
- Come insegniamo fa un'*enorme differenza* su *come* e *cosa* gli studenti apprendono.

Grazie

Bibliografia

- Baccaglini-Frank, A. (2021). To tell a story you need a protagonist: how dynamic interactive mediators can fulfil this role and foster explorative participation to mathematical discourse. *Educational Studies in Mathematics*, 106(2), 291-312.
- Lisarelli, G., Poli, F. e Baccaglini-Frank, A. (2020). Progettare attività didattiche inclusive: un esempio di percorso sulle frazioni. *RicercaAzione*, 11(1), 169-189. DOI: 10.32076/RA11109
- Baccaglini-Frank, A. & Scorza, M. (2013). Gestire gli studenti con DSA in classe uso delle mani e della linea dei numeri nel progetto PerContare. In C. Cateni, C. Fattori, R. Imperiale, B. Piochi, e P. Vighi, *Quaderni GRIMeD n. 1*, 183–190.
- Baccaglini-Frank, A., Lucatello, B., Micheletto, L., Perona, M. & Tubertini, M. (2013). Il Potenziamento in Matematica di Studenti del Biennio Superiore: il successo di particolari strategie cognitive. *Difficoltà in Matematica*, 9(2), 157–174.
- Baccaglini-Frank, A, Lucangeli, D., Lucatello, B., Micheletto, L., Perona, M. & Tubertini, M. (2013). Un Percorso di Potenziamento in Matematica per Studenti del Biennio Superiore, *Nuova Secondaria, Editrice La Scuola*, 9, 49-56.
- Baccaglini-Frank, A. & Bartolini Bussi, M. (2016). Buone pratiche didattiche per prevenire falsi positivi nelle diagnosi di discalculia: Il progetto PerContare. *Form@re*, 15(3), 170–184.

Bibliografia

- Baccaglini-Frank, A. & Robotti, E. (2018). Disturbi specifici dell'apprendimento: verso una didattica per diversi profili di apprendimento in matematica. In L. Giacardi, M. Oggero, e C. Sabena (Eds.), *Conferenze e seminari 2017-2018 Associazione Subalpina Mathesis* (pp. 157–174). L'Artistica Editrice.
- Baccaglini-Frank, A. & Di Martino, P. (2019). Mathematical Learning Difficulties and Dyscalculia. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education Living Edition*. Cham: Springer.
- Baccaglini-Frank, A., Karagiannakis, G., Girelli, L., Pini, C., & Termine, C. (2020). Identificare profili di apprendimento matematico di bambini tra 6 e 12 anni: la standardizzazione italiana della batteria MathPro. *Ricerca@zione*, 12(1), 19-51. DOI:10.32076/RA12109
- Baccaglini-Frank, A. & Di Martino, P. (2021). Cultural differences and sensitivities in the mathematics classroom. In D. Lucangeli (Ed.), *Understanding Atypical Development: Dyscalculia*. Routledge.
- Butterworth, B. (2010). Foundational numerical capacities and the origins of dyscalculia. *Trends in Cognitive Sciences*, 14, 534–541.
- Karagiannakis, G., Baccaglini-Frank, A. & Papadatos, Y. (2014). Mathematical learning difficulties subtypes classification. *Frontiers in Human Neuroscience*, 8, 57. DOI: 10.3389/fnhum.2014.00057
- Karagiannakis, G. & Baccaglini-Frank, A. (2014). The DeDiMa Battery: A Tool for Identifying Students' Mathematical Learning Profiles. *Health Psychology Review*, 2(4), DOI: 10.5114/hpr.2014.46329

Bibliografia

- Karagiannakis G., Baccaglini-Frank A. & Roussos P. (2017). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. *Australian Journal of Learning Difficulties*, 21(2), 115–141.
- Morsanyi, K., van Bers, B. M. C. W., O'Connor, P. A., & McCormack, T. (2018). Developmental dyscalculia is characterized by order processing deficits: Evidence from numerical and non-numerical ordering tasks. *Developmental Neuropsychology*, 43(7), 595–621.
- Perini, N., Sella, F., & Blakey, E. (2021). Developmental dyscalculia: signs and symptoms. In D. Lucangeli (Ed.), *Understanding Atypical Development: Dyscalculia*, (pp. 23–40). Routledge.
- Stella, G. e Grandi, L. (2011). *Come leggere la dislessia*. GiuntiEDU
- Sito MathPro Education: <http://mathpro.education/en/>
- Sito PerContare: www.percontare.it