TEST DI LOGICA

davide bondoni

(4 marzo 2020)

Prologo

Presentiamo quiz di logica da vari concorsi con relative soluzioni commentate. Va da sé che in alcuni casi dovremo far ricorso non solo alla teoria degli insiemi, ma anche alla logica predicativa. Questo può spaventare o sembrare a prima vista complicato, ma una volta che ci si è addentrati, tutto apparirà chiaro. Del resto, la logica predicativa non è altro che una logica in cui gli enunciati non vengono considerati come entità indivisibili, ma come entità divisibili e composte. Non posso che consigliare alcuni testi la cui lettura faciliterà di molto la lettura delle soluzioni e il loro ritrovamento; anzitutto, *Introduzione alla logica* di Copi per il Mulino [**4**], *Elementi di logica* di Negri per la LED di Milano [**1**] fino a pagina 168. Istruttivo è anche *Significato e grammatica* di Chierchia e McConnell-Ginet per la Franco Muzzio Editore [**3**]. Questo testo analizza il linguaggio naturale servendosi degli strumenti della logica matematica. Si rivela quindi come un testo adatto per familizzare con gli strumenti della logica partendo da basi linguistiche. Citerei anche la fondamentale *Begriffsschrift* di Frege [**2**]. Questo testo getta le basi per la teoria della quantificazione e della dimostrazione. Infine, mi sia consentito suggerire un testo più avanzato, *La matematica della verità* di Casari [**6**], un uomo a cui devo molto e che ha ricostruito la scuola di logica in Italia.

CAPITOLO 1

Quiz vari

Introduzione

Per risolvere gli esercizi, talvolta faremo uso di una formalizzazione simbolica che a prima vista può sembrare astrusa. Per questo motivo, invito il lettore a leggere di [**1**] la prima parte fino a pagina 168. Data la presentazione estremamente intricata per il calcolo predicativo in [**1**], consiglio di usare largamente [**3**] che instaura un ponte tra la logica simbolica e il linguaggio naturale. Non è da trascurare neppure [**2**], leggendo le prime pagine dove Frege dove introduce per la prima volta (indipendentemente da Peirce) la teoria della quantificazione; ovvero, come si usano le espressioni *per ogni x* e *esiste un x* e il loro significato. Approssimativamente, fino alla p. 28, cioé la prima parte. Interessante anche il volume di Irving -M. Copi, *Introduzione alla logica* [**4**]. Infine, per il lettore curioso di come i matematici trattino la logica e per chi conosce il tedesco suggerisco anche l'eccellente [**5**] fino a p. 18, in particolare, la sezione 1.2 *Quantoren*.[1] Detto questo, passo alla risoluzione degli esercizi, scusandomi se non sempre riesco convincente o appaio arido e freddo.

1. Quiz vari 1

1.1. Esercizio 1. Se le tre affermazioni riportate di seguito sono vere, quale fra le alternative proposte è vera?
1) Luca ama la pesca
2) Chi è pigro ama la pesca
3) Gino è pigro

A) Luca è pigro
B) Gino ama la pesca
C) Chi ama la pesca è pigro
D) Luca non è pigro
E) Nessuna delle altre risposte è corretta

[1] Suggerisco questo testo in quanto tratta in maniera esaustiva la teoria della quantificazione e non vi accenna soltanto.

1.1.1. *Soluzione.* Formalizziamo gli enunciati dell'enunciato dell'esercizio, con 1) $P(l)$ = Luca ama la pesca, 2) $\forall x(L(x) \rightarrow P(x))$ = per ogni x, se x è pigro [lazy], allora x ama la pesca e 3) $L(g)$ = Gino è pigro. Chiaramente, applicando la 3) alla 2), ovvero, sostituendo per x Gino, otteniamo $P(g)$, ovvero che Gino ama la pesca che corrisponde alla risposta B).

1.2. Esercizio 2. ≪Domenico è un amante della musica classica; chi suona la chitarra ama la musica classica; chi suona la chitarra ha le mani grandi≫. Se le precedenti affermazioni sono vere, allora, per poter dedurre che Domenico ha le mani grandi, a quale/i affermazione/i aggiuntiva/e si deve far ricorso?

I) Chi ama la musica classica suona la chitarra

II) Chi ha le mani grandi suona la chitarra

A) Solo alla I)
B) La II) consente di affermare con certezza che Domenico ha le mani grandi, mentre la I) consente di giungere a tale conclusione solo se vale contemporaneamente la II)
C) Solo alla II)
D) Sia alla I) sia alla II)
E) A nessuna delle due: anche senza informazioni aggiuntive si ricava che Domenico ha certamente le mani grandi

1.2.1. *Soluzione.* Formalizziamo le premesse:

$$M(d), \tag{1}$$

$$\forall x(C(x) \rightarrow M(x)), \tag{2}$$

$$\forall x(C(x) \rightarrow H(x)), \tag{3}$$

dove d sta per *Domenico*, M per *amare la musica classica* e C, H, rispettivamente, per *suonare la chitarra* e *avere le mani* [hands] *grandi*. La risposta giusta è la A) in quanto combinando $\forall x(M(x) \rightarrow C(x))$, premessa aggiuntiva I), con $\forall x(C(x) \rightarrow H(x))$, la (3), si ottiene che $\forall x(M(x) \rightarrow H(x))$, ovvero, chi ama la musica classica ha le mani grandi. Ma Domenico ama la musica classica, $M(d)$; quindi, ha le mani grandi, $H(d)$. La B) è falsa, perché la II) non serve a dedurre che Domenico ha le mani grandi, conclusione cui si potrebbe arrivare muovendo da un'implicazione in senso opposto, *Chi suona la chitarra ha le mani grandi*, combinata con la I). La C) è falsa perché muove dalla premessa $H(d)$ cui dovrebbe invece arrivare come conclusione. La D) si discute ed esclude in modo analogo alla B). La E) è falsa perché è necessaria I) come premessa aggiuntiva per ricavare dal fatto che Domenico ama la musica classica il fatto che abbia delle mani grandi.

1.3. Esercizio 3. Stefania afferma che tutti i polli in vendita nei supermercati provengono da allevamenti intensivi. Quale delle seguenti affermazioni è equivalente alla precedente?

A) Tutti i polli provenienti da allevamenti intensivi sono venduti nei supermercati
B) Tutti i polli che non provengono da allevamenti intensivi non vengono venduti nei supermercati
C) Tutti i polli che sono venduti al di fuori dei supermercati non provengono da allevamenti intensivi
D) Esistono polli provenienti da allevamenti intensivi che sono venduti fuori dai supermercati
E) Esistono polli provenienti da allevamenti non intensivi che vengono venduti in qualche supermercato

1.3.1. *Soluzione.* Formalizziamo l'asserto dell'enunciato:

$$\forall x (S(x) \to I(x)), \tag{4}$$

dove x varia su tutti i polli, $S(x)$ sta per x è un pollo in vendita nei supermercati e $I(x)$ per x è un pollo provienente da un allevamento intensivo. La risposta giusta è la B) in quanto si ottiene per Modus Ponens dalla (4): $\forall x(\neg I(x) \to \neg S(x))$. La risposta corretta è la B) in quanto si ottiene per Modus Ponens dalla (4): $\forall x(\neg I(x) \to \neg S(x))$. Invece, la A) è falsa in quanto inverte l'ordine in (4), sostenendo che $\forall x(I(x) \to S(x))$. La C) è falsa perché non sappiamo nulla dei polli non venduti nei supermercati. La D) è falsa perché non sappiamo nulla di cosa accade dei polli provenienti da allevamenti intensivi e non venduti dai supermercati. Comunque, non si deduce dalla (4). La E) è falsa perché non sappiamo nulla riguardo ai polli che non provengono da allevamenti non intensivi.

2. Quiz vari 2

2.1. Esercizio 4. L'affermazione «per ogni persona c'è una persona che è più capace della prima» è equivalente a:

A) per ogni persona ogni altra persona è più capace di lei
B) esiste una persona tale che ogni altra persona è più capace di lei
C) non per ogni persona ogni altra persona è più capace di lei
D) non esiste alcuna persona tale che nessuno è più capace di lei
E) esiste una persona che è più capace di tutte le altre persone

2.1.1. *Soluzione.* Come sempre, formalizziamo l'enunciato dell'esercizio:

$$\forall x \exists y C(x, y), \tag{5}$$

dove x ed y variano sull'insieme di tutte le persone e C denota la relazione *essere più capace*. La (5) si nega dicendo:

$$\exists x \forall y \neg C(y, x). \tag{6}$$

Allora, (5) equivale a

$$\neg(\exists x \forall y \neg C(y, x)). \tag{7}$$

Ovvero, non esiste alcuna persona tale che ogni altra persona non è più capace di lei. Cioé, non esiste alcuna persona tale che nessuno è più capace di lei, che corrisponde alla risposta D). Comunque la si voglia mettere, nessuno è perfetto.

2.2. Esercizio 5. Di un gruppo di persone si sa che ≪tutti i maschi sono minorenni≫. Se ne può dedurre che certamente, nel gruppo:

A) tutte le femmine sono maggiorenni
B) tutte le persone minorenni sono maschi
C) tutte le persone minorenni sono femmine
D) tutte le femmine sono minorenni
E) tutte le persone maggiorenni possono solo essere femmine

2.2.1. *Soluzione.* Esprimiamo l'affermazione iniziale dell'esercizio con la logica dei predicati del primo ordine, nella forma:

$$\forall x(M(x) \to J(x)), \tag{8}$$

dove $M(x) = x$ è maschio e $J(x) = x$ è minorenne [juvenile]. (8) traduce simbolicamente *ogni maschio è minorenne* (ovviamente, relativamente ad un gruppo dato). Applichiamo il Modus Ponens:

$$\forall x(M(x) \to J(x)) \to \forall x(\neg J(x) \to \neg M(x)). \tag{9}$$

Applicando (8) a (9) si ottiene:

$$\forall x(\neg J(x) \to \neg M(x)). \tag{10}$$

Chiaramente, la negazione di *essere minorenne* è *essere maggiorenne*; in simboli $A(x)$ dove A sta per *adulti*. La negazione di *essere maschio* è *essere femmina*; in simboli $F(x)$. Con questi accorgimenti la (10) diventa:

$$\forall x(A(x) \to F(x)), \tag{11}$$

ogni maggiorenne è femmina, che è la risposta E).

2.3. Introduzione agli esercizii 6 e 7. Leggere il testo del seguente problema.
Al primo anno del corso di laurea in Lingue, sei compagni di studi sono chiamati a scegliere ciascuno due corsi opzionali fra i sei disponibili: inglese, francese, tedesco, spagnolo, cinese, esperanto. È noto che:

1) Arianna e Beatrice hanno litigato, e non desiderano frequentare alcun corso in comune;
2) Chiara è la migliore amica di Arianna: anche lei eviterà accuratamente la compagnia di Beatrice;
3) Damiano ed Eluana sono entrambi iscritti al corso di esperanto, ma hanno fatto scelte diverse per quanto riguarda il secondo corso a cui iscriversi: lui tedesco, lei spagnolo;
4) il cinese ha fama di essere una lingua difficile: solo Chiara l'ha scelto. L'inglese è invece scelto da tre studenti. Tutti gli altri corsi avranno ciascuno due studenti;
5) Beatrice è una studentessa Erasmus proveniente da Bordeaux, quindi non le interessa frequentare il corso di francese. Anche Frank è uno studente Erasmus, proveniente da Berlino, ma questo non influirà sulla sua scelta di frequentare o meno il corso di tedesco.

2.4. Esercizio 6. Chi frequenterà il corso di inglese?[2]

A) Arianna, Chiara e Frank
B) Beatrice e Frank
C) Beatrice e Frank
D) Beatrice e Eluana
E) Arianna, Damiano e Frank

2.4.1. *Soluzione.* Le risposte B), C) e D) si escludono perché gli studenti che seguono inglese sono 3. La E) si esclude perché Damiano ha scelto esperanto e tedesco (da 3)). La risposta giusta è allora la A), compatibile con 1), 2), 3), 4) e 5).

2.5. Esercizio 7. A metà anno accademico Giovanna, sorella di Beatrice, decide di iscriversi al corso di laurea in Lingue e deve scegliere anch'essa due corsi. Sapendo che Giovanna condivide le amicizie e le inimicizie di sua sorella, le sue possibilità di scelta sono ristrette a:[3]

[2] Si noti che le opzioni B) e C) sono identiche; errore?

[3] Si noti che le lingue delle risposte A) e B) sono le stesse, sia pure elencate in modo diverso.

A) tedesco, spagnolo e inglese
B) spagnolo, inglese e tedesco
C) inglese, spagnolo ed esperanto
D) tedesco, spagnolo ed esperanto
E) spagnolo, inglese e francese

2.5.1. *Soluzione.* Sulla base della risposta al quiz precedente, si assume che a seguire inglese siano Arianna, Chiara e Frank. Dunque Arianna e Chiara hanno scelto inglese, che di conseguenza Giovanna evita. Si escludono così le risposte A), B), C) ed E). Resta D), che è compatibile con le altre informazioni: in particolare evita il cinese, pure scelto da Chiara e quindi impossibile per Giovanna.

3. Quiz vari 3

3.1. Introduzione agli esercizii 8, 9 e 10. Leggere il testo del seguente problema e rispondere alle relative domande.
Quattro coppie di amici sposati escono una sera a cena e prenotano in un ristorante due tavolini da quattro posti, con un posto per lato. Gli amici sono Aldo, Beatrice, Cinzia, Dario, Enrico, Federico, Giada e Helena. Ogni marito si siede di fronte alla propria moglie. Inoltre si sa che:

- Aldo è seduto alla destra di Beatrice;
- Dario non è nello stesso tavolo di Federico;
- Helena, la moglie di Enrico, è seduta alla destra di Cinzia;
- Dario e Cinzia sono sposati.

3.2. Esercizio 8. Chi è seduto alla destra di Aldo?

A) Federico
B) Dario
C) Giada
D) Enrico
E) Cinzia

3.2.1. *Soluzione.* Per semplicità indichiamo ciascuno degli 8 amici con l'iniziale del nome (in corsivo e senza parentesi, per evitare confusione con le possibili rispote). Per esempio A (in corsivo e senza parentesi) sta per Aldo (e va distinto da A)).Qualche premessa generale:

(1) nel primo tavolo stanno B, A (con A a destra di B, dunque B, A in senso antiorario);
(2) C, E, H condividono lo stesso tavolo, che dunque non può essere quello di B, A; inoltre in questo secondo tavolo C, H si succedono

in senso antiorario, ed E sta di fronte a H; quindi si ha E, C, H in senso antiorario;
(3) il quarto amico nel secondo tavolo è D, marito di C, che sta di fronte a C; quindi in senso antiorario E, C, H, D;
(4) F sta nel primo tavolo (perché non siede a quello di D), così come G, che non può che riempire il posto rimasto vuoto;
(5) quel tavolo ospita già B e A, l'una di fianco all'altro, così che per motivi di sesso F sta di fronte a B, e G ad A;
(6) in senso antiorario la composizione del primo tavolo è allora B, A, F, G.

In particolare la risposta alla prima domanda è F, che corrisponde alla A).

3.3. Esercizio 9. Chi è seduto alla sinistra di Enrico?

A) Federico
B) Dario
C) Aldo
D) Cinzia
E) Beatrice

3.3.1. *Soluzione.* Dalla precedente analisi, D (risposta B)).

3.4. Esercizio 10. Di fronte a chi è seduta Giada?

A) Dario
B) Enrico
C) Federico
D) Aldo
E) Non è possibile stabilirlo

3.4.1. *Soluzione.* Ancora dalla precedente analisi, A (risposta D)).

3.5. Esercizio 11. «Se Andrea non legge non è contento». Se quanto affermato è vero, quale delle seguenti affermazioni è vera?

A) Solo se Andrea legge allora è contento
B) Se Andrea non è contento significa che non ha letto
C) Se Andrea è contento significa che ha letto
D) Leggere è l'attività preferita da Andrea
E) Condizione necessaria affinché Andrea sia contento è che legga

3.5.1. *Soluzione.* L'esercizio 11 si risolve esattamente come alcuni precedenti. La nostra premessa è:

$$\neg L(a) \to \neg C(a), \tag{12}$$

dove a sta per Andrea, L, C rispettivamente per *leggere* ed *essere contento*, così che $L(a)$ = Andrea legge e $C(a)$ = Andrea è contento. Col modus ponens si traduce (12) nella forma equivalente:

$$C(a) \to L(a), \tag{13}$$

ovvero, se Andrea è contento significa che ha letto. Le soluzioni proposte sono però ambigue, non si vede quale scegliere tra A), C), E) che sembrano equivalenti tutte e tre a $C(a) \to L(a)$ e alla premessa $\neg L(a) \to \neg C(a)$.

3.6. Esercizio 12. ≪Solo se Walter esce incontra Fabrizio≫. Se quanto affermato è vero, quale delle seguenti affermazioni è vera?

A) Walter e Fabrizio sono amici
B) Nulla si può dire di quel che accade se Walter non esce
C) Se Walter esce incontra sicuramente Fabrizio
D) Se Walter ha incontrato Fabrizio significa che è uscito
E) Se Walter non ha incontrato Fabrizio allora non è uscito

3.6.1. *Soluzione.* L'enunciato dell'esercizio è formalizzabile, in modo analogo ai casi precedenti, come $I(w, f) \to E(w)$ dove I sta per *incontrare*, E per *uscire di casa*, w, f per Walter e Fabrizio, così che $I(w, f)$ = *Walter incontra Fabrizio* e $E(w)$ = *Walter esce di casa*. Dunque l'enunciato corrisponde a D) che è la risposta corretta. Abbiamo potuto fare questa deduzione in quanto il *solo se* dell'esercizio equivale a dire che *condizione necessaria affinché Walter incontri Fabrizio è uscire*. Riguardo alle altre risposte, la A) è sbagliata in quanto nell'esercizio non si parla della possibile amicizia tra Walter e Fabrizio. Walter avrebbe avuto necessità di incontrare Fabrizio per lavoro. La B) è falsa perché l'enunciato dell'esercizio implica che *Se Walter non esce, non incontra Fabrizio*, dunque $\neg E(w) \to \neg I(w, f)$. Non possiamo neppure affermare la C), perché non è detto che, se Walter esce, debba incontrare per forza Fabrizio. Neanche la E) va bene, in quanto nella sostanza ripete la C), passando alle negazioni.

4. Quiz vari 4

4.1. Esercizio 13. Delle tre figlie di Giacomo - Alma, Beatrice e Chiara - almeno una è bionda. Sapendo che se Alma è bionda anche Beatrice lo è, che se Chiara è bionda lo è anche Alma, e che tra Beatrice e Chiara una non è bionda, si può dedurre con certezza che:

A) Alma, Beatrice e Chiara sono bionde
B) Beatrice non è bionda mentre Alma lo è
C) Beatrice è bionda

D) Chiara è bionda
E) Alma e Beatrice sono entrambe bionde

4.1.1. *Soluzione.* Assumendo A = Alma, B = Beatrice C = Chiara, dalle premesse

(1) C bionda $\rightarrow$ A bionda
(2) A bionda $\rightarrow$ B bionda

si deduce C *bionda* $\rightarrow$ B *bionda*. Ma una tra B e C non è bionda, e se C lo fosse lo sarebbero entrambe. Quindi C non è bionda. Interpretando *una tra* B *e* C *non è bionda* nel senso che l'altra lo è, ne deriva che B è bionda, cioè C).

4.2. Esercizio 14. Se TAP significa cifra (singola) divisibile per 5, TUP significa cifra (singola) divisibile per 3 e TOP significa cifra (singola) divisibile per 2, allora con quale scrittura può essere espresso il numero 92?

A) TOP TAP
B) TUP TOP
C) TUP TAP
D) TUP TUP
E) TOP TUP

4.2.1. *Soluzione.* La risposta corretta è B), cioè TUP TOP perchè 9 è divisibile per 3 e non per 2 e 5, mentre 2 è divisibile per 2 e non per 3 e 5. Dopo di che, anche 34 e 32 sarebbero TUP TOP.

4.3. Introduzione agli esercizii 15 e 16. Leggere il testo del problema e rispondere alle domande seguenti.
Marco ha quattro fratelli: Andrea, Cesare, Donato e Biagio. Ognuno è sposato con una delle quattro sorelle di Elena, la moglie di Marco, e che sono Nausica, Lucia, Alma e Maria. Si sa inoltre che:

- Marco è più grande di Biagio;
- Cesare è più piccolo solo di Andrea;
- Davide, il più piccolo dei cinque fratelli, ha sposato Nausica;
- Alma ha sposato il fratello immediatamente più anziano rispetto al più giovane dei cinque.

4.4. Esercizio 15. Quale delle seguenti affermazioni è certamente vera?

A) Maria è moglie di Andrea
B) Alma non è la moglie di Cesare
C) Andrea è il marito di Lucia

D) Cesare è il marito di Maria
E) Maria e Biagio sono sposati tra loro

4.4.1. *Soluzione.* Anzitutto, i mariti, in ordine di età, dal maggiore al minore, si dispongono come

Andrea, Cesare, Marco, Biagio e Donato (= Davide?).

Infatti di Donato si dice espressamente che è il più piccolo (si suppone che Davide stia per Donato per errore di stampa), di Marco che è maggiore di Biagio, di Cesare che è minore solo di Andrea.

Inoltre

- Donato è sposato con Nausica,
- Biagio con Alma,
- Marco con Elena.

Dunque Andrea e Cesare sono i mariti di Maria e Lucia, in un qualche ordine. A questo punto, la soluzione è la B).

4.5. Esercizio 16. Quale delle seguenti affermazioni è falsa?

A) Biagio non è il più piccolo dei cinque fratelli
B) Cesare è sposato con Maria o con Lucia
C) Andrea ed Elena non sono marito e moglie
D) Andrea ha sposato o Alma o Lucia
E) Marco è il terzo fratello in ordine di età

4.5.1. *Soluzione.* A) è vera (il minore è Donato), B) è vera (vedi sopra), C) è vera (Elena è moglie di Marco), E) è vera (vedi sopra). Resterebbe D), che però sembra ugualmente vera, perché Andrea potrebbe essere marito di Lucia (e Cesare di Maria). Forse la congettura *Davide = Donato* è falsa, ma se così è non è dato risolvere l'esercizio, bisogna sapere chi è Davide.

4.6. Esercizio 17. ≪Nell'ufficio di Silvia ci sono diversi scaffali con libri di storia e di matematica. Sugli scaffali dove ci sono almeno due libri ce ne è almeno uno di matematica≫.
Se la precedente affermazione è vera, allora è vero che:

A) se su uno scaffale c'è un solo libro questo è di matematica
B) uno scaffale che contiene tre libri ne ha sempre due di storia
C) il numero dei libri di storia su uno scaffale è sempre minore o pari al numero di libri di matematica
D) su uno scaffale che contiene due libri potrebbero non esserci libri di storia
E) uno scaffale non può contenere un solo libro

4.6.1. *Soluzione.* La A) è falsa perché il libro in questione potrebbe non essere di matematica, per esempio, potrebbe essere di storia. La B) potrebbe sembrare corrette, ma nella premessa si richiede almeno un libro di matematica su almeno due libri complessivi (dunque anche su tre), e almeno uno può voler dire anche più di uno (come abbiamo appena visto), escludendo di conseguenza due libri di storia. La C) è falsa perché niente vieta che sullo scaffale ci sia un solo libro di storia. La D) è la risposta giusta perché *almeno uno* può anche significare due. La E) è falsa perché lo scaffale potrebbe contenere un solo libro, di storia, di matematica o altro.

5. Quiz vari 5

5.1. Introduzione agli esercizii 18 e 19. Leggere il testo del seguente problema e rispondere alle domande successive.
Otto ragazzi: Alberto, Barbara, Carlo, Dario, Enrico, Federica, Giovanna e Laura vanno al cinema insieme e si siedono in una fila i cui posti, partendo dal corridoio fino al muro, sono contrassegnati in modo progressivo da sinistra a destra dai numeri dall'1 all'8.
Si sa inoltre che:

- Federica occupa il posto 1 e siede due posti più a sinistra di Carlo;
- Enrico occupa il posto 8, quello più a destra;
- Giovanna siede tra Barbara e Laura;
- Dario, seduto accanto a Federica è tre posti più a sinistra di Giovanna.

5.2. Esercizio 18. Chi siede al posto contrassegnato dal numero 7?

A) Alberto
B) Barbara
C) Giovanna
D) Laura
E) Dario

5.2.1. *Soluzione.* Al solito, rappresentiamo ogni ragazzo con l'iniziale del suo nome. Dalle informazioni ricevute si deduce che i ragazzi siedono nell'ordine F, D, C, B, G, L, A, E oppure in quello F, D, C, L, G, B, A, E (si sa che G sta tra B e L, ma non è chiaro chi tra B e L sta a destra o a sinistra). A ogni modo, al settimo posto sedie A.[4]

[4]Rimane un'unica perplessità: sappiamo che Dario sta accanto a Federica, dunque al posto 2 perché Federica occupa il posto 1. Lo stesso Dario sta 3 posti a sinistra di Giovanna, che quindi sta al posto 5. Si ha poi che Carlo sta al posto 3 (due posti a destra di Federica) ed Enrico al posto 8. Dunque Laura e Barbara stanno accanto a Giovanna, una a destra e una a sinistra, ma non è chiaro chi delle due sta a destra e chi a sinistra.

5.3. Esercizio 19. Quale delle seguenti affermazioni è certamente falsa?

A) Laura occupa il posto 6
B) Barbara occupa il posto 4
C) Laura occupa il posto 4
D) Barbara occupa il posto 5
E) Carlo non occupa il posto 4

5.3.1. *Soluzione.* Sulla base delle precedenti considerazioni, si deduce che l'affermazione sbagliata è D) cioè che B occupa il posto 5. Del resto E), cioè che Carlo non occupa il posto 4, è certamente vera, mentre A), B), C) solo ammissibili (non si possono escludere). Del resto, se Laura stesse per forza al posto 4 o al posto 6, una tra A) e C) sarebbe conseguentemente falsa.

5.4. Esercizio 20. Se la lettera N identifica una qualunque cifra (singola), la lettera P identifica una qualunque cifra (singola) pari e la lettera D identifica una qualunque cifra (singola) dispari, allora il prodotto tra i numeri NP e PD sarà certamente un numero:

A) pari
B) divisibile per tre
C) composto da cinque cifre
D) dispari di tre cifre
E) pari di quattro cifre

5.4.1. *Soluzione.* La risposta giusta è la è la A), perché il prodotto di un numero pari come NP e di uno dispari come PD è pari. Per escludere gli altri casi, si prenda come esempio $14.23 = 322$ che non è divisibile per 3, è pari e si compone di 3 cifre. Infatti 14 è NP e 23 è PD.

5.5. Esercizio 21. In un ipotetico linguaggio in codice, alla parola SPECIFICA corrisponde il codice SPEFECIFIFIFICAFA e alla parola IGNORATO corrisponde il codice IFIGNOFORAFATOFO. Come si scriverà, nel medesimo codice, la parola MAIL?

A) MAFIFIL
B) MAFAIFIL
C) MAFAFIIL
D) MFAAIFIL
E) MAIL

5.5.1. *Soluzione.* Cerchiamo di capire come funziona questo linguaggio. Se in una parola occorre una vocale, allora bisogna postporre ad essa una F seguita dalla stessa vocale. In questo modo, MA diventerà MAFA, dove la A dopo la F corrisponde alla vocale che la precede. Fosse stato SO, avremmo dovuto aggiungere F e poi un'altra O, ottenendo SOFO. Nel caso si abbia già una F seguita da vocale, questo composto viene ripetuto altre due volte. Per esempio, avendo FU dovremmo aggiungere FUFU ottenendo FUFUFU. Nel caso in questione, MAIL, alla A dobbiamo far seguire FA e alla I FI producendo il seguente composto: MAFAIFIL, che corrisponde alla risposta B).

5.6. Esercizio 22. Se non è vero che è necessario essere maschio per essere alto più di 1.70 m, allora sarà sicuramente vero che:

A) i maschi e e le femmine sono più alti di 1.70 m
B) è necessario non essere maschio per essere alto più di 1.70 m
C) è sufficiente essere maschio per essere alto più di 1.70 m
D) è possibile che almeno una femmina sia alta più di 1.70 m
E) è sufficiente essere femmina per essere alta più di 1.70 m

5.6.1. *Soluzione.* L'enunciato in termini simbolici, afferma:

$$\neg\forall x(A(x) \to M(x)), \tag{14}$$

dove $A(x)$ sta per x è alto più di 1.70 e $M(x)$ per x è maschio. Si arriva direttamente a D) da (14) tramite $\exists x(A(x) \wedge \neg M(x))$, che significa appunto che c'è una persona alta più di 1.70 che è femmina. Tutte le altre opzioni si possono scartare; infatti, la B) dice $\forall x(A(x) \to \neg M(x))$, la C) $\forall x(M(x) \to A(x))$ e la E) $\forall x(\neg M(x) \to A(x))$. La A) va scartata in quanto non deducibile dal quesito dell'esercizio.

6. Quiz vari 6

6.1. Esercizio 23. Jack possiede 12 pipe apparentemente identiche, una delle quali è però più pesante delle altre. Avendo a disposizione una bilancia a due piatti, quante pesate saranno sufficienti per essere certi di individuarla?

A) 7
B) 3
C) 6
D) 4
E) 2

6.1.1. *Soluzione.* E' difficile dire quale è il numero minimo di pesate. Certamente, però, si può scendere a 3:

(1) pesando 6 pipe su un piatto e 6 sull'altro, si individua un gruppo di 6 pipe in cui si trova la più pesante;

(2) suddividendo queste 6 pipe in due gruppi di 3, si trovano le 3 pipe tra cui sta la più pesante;
(3) prendendo 2 di queste 3 pipe e ponendole su piatti diversi, si ha che o il peso è lo stesso, e allora la più pesante è quella esclusa, o che il peso è diverso, e si capisce quale è la più pesante.

Dunque 3 pesate bastano. Bisognerebbe forse escludere di poter scendere a 2 pesate?

6.2. Esercizio 24. Simona afferma: ≪In ogni corso di laurea in Medicina e Chirurgia c'è almeno uno studente che ha superato tutti gli esami del primo anno≫. Se tale affermazione è falsa, allora sicuramente:

A) in tutti i corsi di laurea in Medicina e Chirurgia nessuno studente ha superato tutti gli esami del primo anno
B) in ogni corso di laurea in Medicina e Chirurgia c'è almeno uno studente che non ha superato alcun esame del primo anno
C) c'è almeno un corso di laurea in Medicina e Chirurgia in cui c'è almeno uno studente che non ha superato alcun esame del primo anno
D) c'è almeno un corso di laurea in Medicina e Chirurgia in cui nessuno studente ha superato tutti gli esami del primo anno
E) c'è almeno un corso di laurea in Medicina e Chirurgia in cui almeno uno studente ha superato tutti gli esami del primo anno

6.2.1. *Soluzione.* Simona afferma che *in ogni corso di laurea in Medicina e Chirurgia c'è almeno uno studente che ha superato tutti gli esami del primo anno*. Innanzitutto, neghiamo tale asserto, ottenendo che è *falso che in ogni corso di laurea in Medicina e Chirurgia ci sia almeno uno studente che ha superato tutti gli esami del primo anno*. Dunque, esiste un corso in Medicina e Chirurgia in cui nessuno studente ha superato tutti gli esami del primo anno, che corrisponde alla risposta D).

6.3. Esercizio 25. Alberto è più grasso di Bruno. Bruno è più grasso di Carlo ma più magro di Daniele. Se le precedenti informazioni sono corrette, se Franco è più grasso di Bruno, è necessariamente vero che:

A) Franco è più grasso di Daniele
B) Alberto è il più grasso di tutti
C) Franco è più magro di Daniele
D) Franco è più magro di Alberto
E) Franco è più grasso di Carlo

6.3.1. *Soluzione.* Allora, l'esercizio ci dice che $A > B$, $D > B > C$ e $F > B$, dove le lettere indicano l'iniziale del nome e la relazione $>$ sta per *essere più grasso di*. Quindi, $A > B$ vuol dire che Alberto è più grasso di Bruno. La risposta giusta è la E), perché ci dice che $F > C$. Questo è necessariamente vero per transitività dalle premesse $F > B$ e $B > C$. Sulla base delle informazioni date, le altre risposte sono da scartare: la A) e la C) perché F e D non sono confrontabili e la B) e la D) perché A non è confrontabile con F e D.

6.4. Esercizio 26. Se A viene prima di C, E prima di C, C viene prima di D ed A viene prima di E, allora una delle seguenti affermazioni è falsa (F) mentre tutte le altre sono vere (V).
1. A è la prima della serie
2. E viene dopo D
3. E non è l'ultima della serie
4. E viene prima di D
5. L'ordine non è alfabetico
Quale tra le seguenti è dunque la sequenza corretta?

A) 1:V 2:F 3:V 4:V 5:V
B) 1:F 2:V 3:V 4:V 5:V
C) 1:V 2:V 3:V 4:V 5:V
D) 1:V 2:V 3:V 4:V 5:F
E) 1:V 2:V 3:F 4:V 5:V

6.4.1. *Soluzione.* Usiamo come simbolo per la relazione di precedere il simbolo $>$. Così, $A > B$ ci dice che A viene prima di B. I nostri dati ci dicono: $A > C, E > C$ e $C > D$. Mettendo insieme, otteniamo $A > E > C > D$. La sequenza corretta è allora la A) che ci dice che tutte le affermazioni sono corrette a parte la seconda.

7. Quiz vari 7

7.1. Esercizio 27. Cinque persone (A,B,C,D,E) decidono di scambiarsi i regali di Natale di modo che ciascuno faccia un regalo a due persone e ne riceva da altre due persone. A fa un regalo a B e C; D fa un regalo a B e a una delle due persone che ricevono il regalo anche da E; C fa un regalo a D e alla stessa persona che riceve il regalo anche da B. Da chi riceve i regali E?

A) Da C e A
B) Da B e C
C) Da D e A
D) Da B e D
E) Da D e C

7.1.1. *Soluzione.* Né A né D possono fare regali ad E, perchè di A si dice che li fa a B e C, e di D che li fa a B e a uno dei destinatari dei regali di E (dunque non E). Queste osservazioni escludono le risposte in cui compaiono A o D, dunque A), C), D), E). Resta B) che è compatibile con tutte le informazioni.

7.2. Esercizio 28. L'affermazione ≪quando corro a lungo consumo grassi≫è equivalente a:

A) per consumare grassi devo correre a lungo
B) non consumo grassi pur avendo corso
C) se consumo grassi vuol dire che ho corso a lungo
D) o corro a lungo o consumo grassi
E) se non consumo grassi allora non ho corso a lungo

7.2.1. *Soluzione.* Formalizziamo, come di consueto, l'enunciato dell'esercizio:

$$\forall x(C(x) \to G(x)), \tag{15}$$

dove $C(x)$ sta per *x corre a lungo* e $G(x)$ per *x consuma grassi*. Dalla (15) si deduce:

$$\forall x(\neg G(x) \to \neg C(x)), \tag{16}$$

ossia, *se non consumo grassi, vuol dire che non ho corso a lungo* che corrisponde alla risposta E). La A) sembra invertire la premessa: da *se corro a lungo consumo grassi* si passa a *solo se corro a lungo consumo grassi* e dunque a *se consumo grassi corro a lungo*. Ma, si può consumare grassi per effetto di qualche medicinale, oppure semplicemente restando a digiuno. La B) è la risposta corretta: *ho corso (presumibilmente a lungo), ma non consumo grassi* nega *non corro (a lungo) o consumo grassi*, cioè *se corro (a lungo), consumo grassi*. La C) riprende in altra forma la A). Infine, la D) corrisponde a *se non corro a lungo consumo grassi*, che è chiaramente inaccettabile.

7.3. Esercizio 29. Cinque amici occupano a teatro cinque poltrone contigue nella stessa fila; Anselmo è a fianco di Bruno ma non di Cesare, il quale è a lato di Dario ma non di Enrico, e questi è a lato di Bruno ma non di Dario. In quale ordine sono seduti?

A) Cesare, Dario, Anselmo, Bruno, Enrico
B) Cesare, Dario, Bruno, Enrico, Anselmo
C) Dario, Cesare, Enrico, Bruno, Anselmo

D) Enrico, Dario, Anselmo, Bruno, Cesare
E) Anselmo, Bruno, Cesare, Enrico, Dario

7.3.1. *Soluzione.* La risposta corretta è la C) anche se l'ordine potrebbe benissimo essere quello inverso, da Anselmo a Dario. Infatti

(1) Bruno deve stare tra Anselmo ed Enrico,
(2) Cesare vicino a Dario,
(3) Cesare lontano da Anselmo,
(4) Dario lontano da Enrico.

Resta solo Anselmo, Bruno, Enrico, Cesare, Dario (o viceversa).

7.4. Esercizio 30. In un sacchetto ci sono delle biglie. Tenendo conto che: a) ogni biglia può essere di vetro o di metallo; b) ogni biglia può essere rossa o verde; c) se una biglia è di vetro allora è verde, si deduce che:

A) ogni biglia di metallo è rossa
B) una biglia rossa è di vetro o di metallo
C) una biglia verde può essere di metallo
D) ogni biglia verde è di vetro
E) c'è almeno una biglia rossa di vetro

7.4.1. *Soluzione.* La premessa *vetro* $\to$ *verde* esclude D) (che rovescia l'implicazione) e passando alle negazioni comporta *rosso* $\to$ *metallo*, che allo stesso modo esclude A), oltre E) che la nega. Sembra invece che C) sia compatibile. B) è corretta perchè è una banalità. Non so indicare, tra le due, *la* risposta esatta.[5]

7.5. Esercizio 31. Nella palestra comunale di Delta ci sono due ragazzi, Luca e Andrea, che indossano magliette dello stesso colore. Luca afferma di avere la maglietta nera, mentre Andrea afferma di avere la maglietta bianca. Allora si può affermare con certezza che:

A) entrambi mentono
B) almeno uno dei due mente
C) Luca mente, Andrea non mente
D) Andrea mente, Luca non mente
E) entrambi non mentono

7.5.1. *Soluzione.* La risposta esatta è la B). Ovviamente è da escludere che Luca e Andrea dicano entrambi la verità, dunque E), perché le maglie hanno lo stesso colore, ma è da escludere anche che mentano entrambi,

[5] Forse c'è una qualche ambiguità nel testo dell'esercizio.

quindi A), perchè le maglie cambierebbero colore ma resterebbero di colore diverso. Non possiamo sapere chi mente (C) o D)), ma certamente che qualcuno di loro mente (risposta B)).

7.6. Esercizio 32. Zia Teresa vuole comprare una gonna nera di lino. Pur avendo girato tutti i negozi di Pavia, non riesce a trovare il capo d'abbigliamento che cerca. Possiamo quindi affermare con certezza che:

A) tutte le gonne nere che trova sono di lino
B) tutte le gonne di lino che trova non sono nere
C) non trova né gonne nere né gonne di lino
D) trova almeno una gonna nera che non è di lino
E) tutte le gonne di lino che trova sono nere

7.6.1. *Soluzione.* La B) è vera perché zia Teresa non ha trovato la gonna che voleva. La A) è falsa, altrimenti zia Teresa avrebbe trovato l'abbigliamento che cercava. Per lo stesso motivo è falsa anche la E). La C) è falsa in quanto avrebbe potuto trovare gonne di lino non nere, o gonne nere ma non di lino. La D) non è accettabile perché zia Teresa potrebbe non aver trovato gonne nere.

8. Quiz vari 8

8.1. Esercizio 33. Quale tra le seguenti alternative nega la proposizione ≪Non esiste un avvocato che non sappia usare il calcolatore e non conosca la lingua inglese≫?

A) Tutti gli avvocati conoscono l'inglese ma non tutti sanno usare il calcolatore
B) Non esistono avvocati che non conoscono l'inglese
C) Esiste un avvocato che non conosce l'inglese
D) Tutti gli avvocati sanno usare il calcolatore e conoscono la lingua inglese
E) Esiste almeno un avvocato che non sa usare il calcolatore o esiste un avvocato che non conosce la lingua inglese

8.1.1. *Soluzione.* L'enunciato dell'esercizio può essere riformulato come un enunciato universale affermativo: *tutti gli avvocati sanno usare il calcolatore e conoscono la lingua inglese*:

$$\forall x(A(x) \to (C(x) \land I(x))), \tag{17}$$

dove $A(x)$ sta per x è un avvocato, $C(x)$ sta per x sa usare il calcolatore e $I(x)$ sta per x conosce la lingua inglese. La negazione di (17) è la seguente:

$$\exists x(A(x) \land \neg(C(x) \land I(x))) = \exists x(A(x) \land (\neg C(x) \lor \neg I(x))). \tag{18}$$

Siccome il quantificatore esistenziale $\exists$ si distribuisce di fronte ad una disgiunzione, da (18) si ricava:

$$\exists x(A(x) \land \neg C(x)) \lor \exists x(A(x) \land \neg I(x)), \tag{19}$$

che corrisponde alla risposta corretta E). Per quanto riguarda la A), la premessa negata non assicura affatto A), cioè che ogni avvocato conosca l'inglese (si dice che ce n'è uno che non lo conosce e non sa neppure usare il calcolatore) e neppure B), cioè che nessun avvocato conosca l'inglese (idem). L'esistenza di un avvocato che non conosce l'inglese (enunciata in C)) non basta a negare la premessa, bisognerebbe sapere che quell'avvocato non sa neppure usare il calcolatore. Quindi, anche C) è da escludere. Rimane la D) che, però, è da scartarsi allo stesso modo di A) e B).

8.2. Esercizio 34. A una riunione di partito partecipano 150 delegati. Ognuno di loro è a favore o contro l'elezione di Piero come presidente del partito. Si sa inoltre che: almeno uno dei delegati è contro l'elezione di Piero come presidente; presi due delegati qualsiasi, almeno uno dei due è a favore dell'elezione di Piero come presidente. Quanti sono i delegati a favore dell'elezione di Piero come presidente?

A) 101
B) 49
C) 149
D) 148
E) Non è possibile conoscere con certezza il numero di delegati a favore dell'elezione di Piero

8.2.1. *Soluzione.* La risposta esatta è la C), cioè 149. Consideriamo infatti una qualunque coppia di delegati, composta da uno contrario a Piero e un secondo scelto a caso. Nella coppia c'è un delegato favorevole a Piero, dunque il secondo. Ne consegue che esattamente un delegato è contrario a Piero e che gli altri 149 gli sono favorevoli.

8.3. Esercizio 35. Un ispettore di polizia sta conducendo un'indagine su un caso di omicidio. Sulla scena del delitto è stato ritrovato un biglietto di ingresso a un museo. Ciascuno dei 5 sospettati ha ammesso di aver visitato il museo nell'ultimo mese.

- **Il sospettato A sostiene di aver visitato il museo il 17 febbraio.**
- **Il sospettato B sostiene di aver visitato il museo il 6 febbraio.**

- **Il sospettato C sostiene di aver visitato il museo il 9 febbraio.**
- **Il sospettato D sostiene di aver visitato il museo il 30 gennaio.**
- **Il sospettato E sostiene di aver visitato il museo il 3 febbraio.**

L'ispettore ricorda chiaramente di aver visitato lui stesso il museo il mese precedente, il 16 gennaio, e sa per certo che da dicembre a marzo il museo è aperto soltanto il martedì e il venerdì. Pertanto, sa anche che SOLO uno dei sospettati non sta dicendo la verità. Chi è il sospettato che non sta dicendo la verità?

A) Sospettato A
B) Sospettato B
C) Sospettato C
D) Sospettato D
E) Sospettato E

8.3.1. *Soluzione.* Il 16 gennaio è un martedì o un venerdì, perchè quel giorno l'ispettore ha visitato il museo. Nel **primo caso** (16 gennaio è martedì) si deduce

- 30 gennaio e 6 febbraio sono martedì,
- 9 febbraio è venerdì,
- 3 e 17 febbraio sono sabato.

Dunque due sospettati (A ed E) mentirebbero. Invece nel **secondo caso** (16 gennaio è venerdì) si ha

- 30 gennaio e 6 febbraio sono venerdì,
- 3 e 17 febbraio sono martedì,
- 9 febbraio è lunedì.

Dunque esattamente un sospettato, cioè C, mente. Conclusione: il 16 gennaio è venerdì, e il bugiardo è C. La risposta giusta è C).

CAPITOLO 2

Test di medicina

1. Test di medicina 2011

1.1. Esercizio 10. A quale delle seguenti affermazioni equivale la frase: «non tutti i miopi portano gli occhiali»?

A) C'è almeno un miope che non porta gli occhiali
B) Nessun miope porta gli occhiali
C) Tutti i miopi portano gli occhiali
D) Non vi è un miope che non porti gli occhiali
E) Tutti i miopi evitano di portare gli occhiali

1.1.1. *Soluzione.* Formalizziamo la frase dell'esercizio con $M(x) = x$ è miope e $O(x) = x$ porta gli occhiali:

$$\neg\forall x(M(x) \to O(x)). \tag{20}$$

Come sappiamo, $\neg\forall x f(x)$ equivale a $\exists x \neg f(x)$. La negazione della 20 sarà perciò:
(21)
$$\neg\forall x(M(x) \to O(x)) \equiv \exists x \neg(M(x) \to O(x)) \equiv \exists x(M(x) \wedge \neg O(x)).$$

L'ultima formula corrisponde alla riposta A) che è dunque quella giusta: esiste un x che è miope, ma non porta gli occhiali. Ovvero, c'è almeno un miope che non porta gli occhiali.

1.2. Esercizio 16. «Quando prende il treno, Carlo arriva sempre in ritardo a destinazione».
Quale delle seguenti affermazioni può essere dedotta dalla frase precedente?

A) Carlo è arrivato in orario, quindi non ha preso il treno
B) Carlo è arrivato in ritardo, quindi ha preso il treno
C) Carlo non ha preso il treno, quindi è arrivato in ritardo
D) Carlo è arrivato in orario, quindi ha preso il treno
E) Carlo non ha preso il treno, quindi è arrivato in orario

1.2.1. *Soluzione.* L'enunciato formalizzato con $T(c)$ = Carlo prende il treno e $R(c)$ = Carlo arriva sempre in ritardo a destinazione, è il seguente:

$$T(c) \to R(c). \tag{22}$$

Stavolta, procediamo negando 22. Passando alle negazioni con il Modus Ponens,

$$\neg R(c) \to \neg T(c). \tag{23}$$

Cioè, se Carlo non è arrivato in ritardo, allora non ha preso il treno, che equivale alla A). La A) è perciò la risposta corretta. Del resto, la B) significa $R(c) \to T(c)$, che inverte il senso della premesse (e in effetti il ritardo di Carlo potrebbe avere altre cause). La C) afferma $\neg T(c) \to R(c)$, ugualmente inaccettabile, come D) ($\neg R(c) \to T(c)$) ed E) ($\neg T(c) \to \neg R(c)$).

1.3. Esercizio 17. In un esame il punteggio finale può essere un qualunque numero intero compreso tra 0 e 180 (estremi compresi). Per essere promossi bisogna ottenere almeno il 45% del punteggio massimo ammissibile. Qual è il punteggio massimo che può aver ottenuto un alunno bocciato?

A) 80
B) 40
C) 90
D) 100
E) 70

1.3.1. *Soluzione.* Iniziamo con il calcolare il 45% del punteggio massimo ammissibile. Un semplice calcolo dà come risultato 81. Siccome 81 è il minimo che si deve ottenere per essere promossi; per essere bocciati basta prendere un punto in meno, cioè 80. La risposta esatta è la A).

1.4. Esercizio 19. Un indovino ha previsto che nessuno studente proveniente dall'Istituto ABC supererà questo test.
Determinare cosa deve accadere necessariamente affinché la previsione si riveli falsa.

A) Almeno uno studente che supera il test dovrà provenire dall'Istituto ABC
B) Almeno uno studente proveniente dall'Istituto ABC dovrà non superare il test
C) Tutti gli studenti provenienti dall'Istituto ABC dovranno superare il test
D) Almeno uno studente che non supera il test dovrà non provenire dall'Istituto ABC

E) Tutti gli studenti che superano il test dovranno non provenire dall'Istituto ABC

1.4.1. *Soluzione.* Formalizziamo quanto ha previsto l'indovino con l'aiuto delle relazioni: $A(x)$ significherà *provenire dall'Istituto ABC* e $T(x)$ *superare questo test*:

$$\forall x(A(x) \to \neg T(x)), \tag{24}$$

che poi equivale a

$$\forall x(\neg A(x) \vee \neg T(x)). \tag{25}$$

Dobbiamo negare (24), quindi (25). Sappiamo già come negare un enunciato universale, cioè un enunciato come (24) e (25). Ci è poi di aiuto la legge di De Morgan che afferma l'equivalenza tra una disgiunzione di negazioni (come quella che compare dentro la parentesi di (25) a partire da $A(x)$ e $T(x)$) e la negazione della congiunzione delle due affermazioni $A(x)$ e $T(x)$. In conclusione la negazione di (24) e (25) è

$$\exists x(A(x) \wedge T(x)) \equiv \exists x(T(x) \wedge A(x)). \tag{26}$$

In altre parole, la risposta corretta è la A).

1.5. Esercizio 20. Determinare quale delle seguenti situazioni è NON compatibile con l'affermazione: «per superare questo test è necessario, ma non sufficiente, conoscere la matematica e non arrivare in ritardo».

A) Massimo non conosce la matematica, arriva puntuale, e supera il test
B) Carlo conosce la matematica, arriva puntuale, e supera il test
C) Riccardo conosce la matematica, arriva puntuale, e non supera il test
D) Mimma non conosce la matematica, arriva in orario, e non supera il test
E) Letizia arriva puntuale e non supera il test

1.5.1. *Soluzione.* Passiamo a formalizzare, usando $S(x)$, $M(x)$ e $P(x)$ per indicare *superare il test*, *conoscere la matematica* e *arrivare puntuale*; a questo punto, la condizione di partenza diventa

- $\forall x(S(x) \to M(x) \wedge P(x))$, per quanto riguarda la necessità,
- $\neg(\forall x(M(x) \wedge P(x) \to S(x)))$, cioè (come prima) $\exists x(M(x) \wedge P(x) \wedge \neg S(x))$, per quanto riguarda la insufficienza.

Dunque:

- chiunque supera il test deve conoscere la matematica e arrivare puntuale;
- c'è però chi sa la matematica, arriva puntuale e ciò nonostante non supera il test.

C) e D) esemplificano la seconda condizione senza invalidare la prima e dunque vanno scartate. Lo stesso vale per E) (che resta compatibile con la seconda condizione). B) è pure compatibile con le due condizioni. Invece A) le invalida entrambe: Massimo, per superare il test, dovrebbe conoscere la matematica (e poi forse altre condizioni che qui non sono indicate).

1.6. Esercizio 21. Ad una festa partecipano 8 studenti, i quali complessivamente possiedono 17 cellulari.
Determinare quale delle seguenti affermazioni è sicuramente vera.

A) Almeno un ragazzo possiede almeno 3 cellulari
B) C'è un unico ragazzo che possiede almeno 3 cellulari
C) Almeno un ragazzo possiede esattamente 3 cellulari
D) C'è un unico ragazzo che possiede esattamente 3 cellulari
E) Nessun ragazzo possiede più di 3 cellulari

1.6.1. *Soluzione.* Se ogni ragazzo possedesse al massimo 2 cellulari, il totale dei cellulari non supererebbe $8 \cdot 2 = 16$. Questo evidentemente non implica B), cioè che possano esserci più ragazzi con almeno 3 cellulari (esempio due ragazzi con 3 cellulari, altri cinque con 2 e l'ultimo con 1, $2 \cdot 3 + 5 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 17$). Idem per C) (tre ragazzi con 4 cellulari, cinque con 1), per D) (stesso esempio che per B)) e per E) (stesso esempio che per C)).

1.7. Esercizio 26. Se fossero vere le seguenti premesse: ≪ogni animale vola≫; ≪l'asino è un animale≫ne deriverebbe che:

A) l'asino vola
B) l'asino non può volare
C) non è vero che ogni animale vola
D) non tutti gli asini volano
E) non tutti gli animali volano

1.7.1. *Soluzione.* La risposta corretta è la A). Infatti, se l'asino è un animale e ogni animale vola, ne consegue (per transitività) che l'asino vola.

1.8. Esercizio 38. Riccardo afferma che ≪tutti gli obesi sono simpatici≫.
Quale delle seguenti condizioni è necessaria per poter concludere che l'affermazione di Riccardo è falsa?

A) Deve esistere almeno un obeso che non è simpatico
B) Nessun obeso deve essere simpatico
C) Tutti quelli che non sono obesi devono essere simpatici
D) Nessuno di quelli che non sono obesi deve essere simpatico
E) Deve esistere almeno uno che non è né obeso, né simpatico

1.8.1. *Soluzione.* Formuliamo simbolicamente quanto afferma Riccardo:

$$\forall x (O(x) \to S(x)), \tag{27}$$

dove $O(x)$ sta per *essere obeso* e $S(x)$ per *essere simpatico*. Falsificando (27) otteniamo:

$$\exists x (O(x) \wedge \neg S(x)), \tag{28}$$

ovvero, *esiste un obeso che non è simpatico*. Ciò corrisponde alla risposta A) che è dunque quella giusta.

2. Test di medicina 2012

2.1. Esercizio 4. Mario è il secondogenito di una coppia con due figli, e sua moglie è figlia unica. Uno dei nonni del figlio di Mario ha una figlia che si chiama Francesca, la quale ha due anni meno di Mario. Date queste premesse, chi è la Francesca di cui si parla nel testo?

A) La moglie di Mario
B) La sorella di Mario
C) Una zia di Mario
D) Una figlia di Mario
E) La madre di Mario

2.1.1. *Soluzione.* Mario è sposato con una donna che è figlia unica ed è il secondogenito di una coppia con due figli. Uno dei nonni del figlio di Mario, ovvero il padre o la madre di Mario o di sua moglie, ha una figlia di nome Francesca. Francesca può o essere moglie di Mario o sua sorella; non può essere sua sorella, in quanto è più giovane di Mario e Mario è secondogenito. Quindi, è sua moglie. La risposta A) è perciò quella giusta.

2.2. Esercizio 5. Alberto, Carlo, Roberto, Paolo e Sergio sono nati in cinque città diverse: Amsterdam, Cagliari, Roma, Pavia, Siracusa. Alberto e Sergio mentono sempre mentre Paolo non mente mai. Alberto afferma di essere nato ad Amsterdam e che Sergio è nato a Siracusa. Paolo afferma di essere nato a Pavia e riferisce che Alberto gli ha detto di essere nato a Cagliari. Dove può essere nato Alberto?

A) Roma o Siracusa
B) Roma o Cagliari
C) Roma o Amsterdam
D) Siracusa o Pavia
E) Roma o Pavia

2.2.1. *Soluzione.* Siccome Alberto mente, non può essere nato ad Amsterdam; per lo stesso motivo, Sergio non può essere nato a Siracusa. Ma Alberto non può essere nato neanche a Cagliari in quanto dice sempre il falso mentre Paolo che riferisce la sua affermazione è sincero. Siccome Paolo dice sempre la verità ed è nato a Pavia, restano solo due città disponibili per Alberto: Roma o Siracusa. La risposta corretta è la A).

2.3. Esercizio 6. **«In un cinema ci sono 200 spettatori: 40 sono italiani, 50 sono donne, e 60 preferiscono i film di genere fantasy». Sulla base di queste informazioni, di quanti spettatori si può affermare con certezza che sono allo stesso tempo italiani, donne e amanti del genere fantasy?**

A) Di nessuno
B) Di cento
C) Di cinquanta
D) Di dieci
E) Di quaranta

2.3.1. *Soluzione.* Il nostro universo del discorso ha 200 spettatori. In questo universo ci sono tre insiemi:

$$I = \{x | x \text{ è italiano}\}, \tag{29}$$

$$D = \{x | x \text{ è una donna}\}, \tag{30}$$

$$F = \{x | x \text{ ama i film fantasy}\}. \tag{31}$$

I ha 40 elementi, D ha 50 elementi e F ne ha 60. Dunque, i tre insiemi possono essere disgiunti in quanto la loro unione contiene 150 elementi che è minore del totale dell'universo del discorso o possono intersecarsi. Per questo motivo non possiamo affermare nulla del rapporto tra i tre insiemi e la risposta A) è dunque quella corretta.

2.4. Esercizio 7. **«Paolo è così amico di Giuseppe e di Claudio che quando lui va alle feste ci vanno anche i suoi due amici».**
Data la frase precedente, quale delle seguenti affermazioni è certamente vera?

A) Paolo ieri è andato ad una festa, quindi sicuramente c'erano anche Giuseppe e Claudio
B) Ieri Claudio è andato ad una festa, quindi c'è andato anche Paolo
C) Giuseppe e Claudio ieri erano ad una festa, quindi c'era anche Paolo
D) Ieri c'era una festa alla quale Paolo non è andato, quindi anche Giuseppe e Claudio non c'erano

E) Giuseppe ieri era ad una festa, quindi sicuramente c'è andato anche Claudio

2.4.1. *Soluzione.* La premessa si può ridurre a $F(p) \to F(g) \wedge F(c)$, dove p, g, c stanno per Paolo, Giuseppe, Claudio e F per *andare a una festa*. Da qui segue direttamente A).

2.5. Esercizio 8. ≪Sara afferma che tutti gli studenti di medicina hanno frequentato il liceo scientifico≫.
Quale delle seguenti condizioni è NECESSARIO si verifichi affinché l'affermazione di Sara risulti falsa?

A) Deve esistere almeno uno studente di medicina che non ha frequentato il liceo scientifico
B) Deve esistere almeno uno studente di medicina che ha frequentato il liceo classico
C) Nessuno studente di medicina deve aver frequentato il liceo scientifico
D) Deve esistere almeno uno studente che ha frequentato il liceo scientifico ma che non è iscritto a medicina
E) Tutti gli studenti che non sono iscritti a medicina devono aver frequentato il liceo scientifico

2.5.1. *Soluzione.* L'esercizio 8 richiede un enunciato che falsifichi quanto affermato da Sara. Se $M(x)$ significa *essere uno studente di medicina* e $L(x)$ *aver frequentato il liceo scientifico*, si può riformulare la frase di Sara nel modo seguente:

$$\forall x(M(x) \to L(x)). \tag{32}$$

Neghiamo (32):

$$\exists x(M(x) \wedge \neg L(x)). \tag{33}$$

Quest'ultima formula ci dice che almeno uno studente di medicina non ha frequentato il liceo scientifico; tale asserto corrisponde alla risposta A) che si rivela quella giusta.

2.6. Esercizio 9. ≪Vittorio ha 50 CD di musica rock e 41 CD di musica jazz suddivisi in 10 ripiani di un mobile porta-CD≫.
Quale delle seguenti affermazioni è sicuramente vera?

A) Esiste almeno un ripiano in cui ci sono più di 9 CD
B) Esiste almeno un ripiano in cui ci sono almeno 6 CD di musica rock
C) Esiste almeno un ripiano in cui ci sono esattamente 5 CD di musica jazz
D) In ogni ripiano ci sono almeno 8 CD
E) In tutti i ripiani, il numero di CD di musica jazz è minore a quello dei CD di musica rock

2.6.1. *Soluzione.* 91 CD su 10 ripiani comportano che su almeno un ripiano ce ne siano almeno 10, altrimenti al più 9 CD su ciascuno dei 10 ripiani comporta al più 90 CD in totale. Comunque A) è nuovamente la risposta corretta.

2.7. Esercizio 10. **≪Per superare il provino ed entrare in una squadra di calcio è necessario, ma non sufficiente, saper giocare bene e non avere più di 14 anni≫.**
Determinare quale delle seguenti situazioni è NON compatibile con la frase precedente.

A) Elena non sa giocare bene a calcio, ha meno di 14 anni, e supera il provino
B) Elena sa giocare bene a calcio, ha meno di 14 anni e supera il provino
C) Elena sa giocare bene a calcio, ha meno di 14 anni e non supera il provino
D) Elena non sa giocare bene a calcio, ha meno di 14 anni e non supera il provino
E) Elena ha meno di 14 anni e non supera il provino

2.7.1. *Soluzione.* Formalizziamo con $C(x)$, $G(x)$ e $Q(x)$ per *entrare in una squadra di calcio*, *giocare bene* e *non avere più di 14 anni*, rispettivamente; allora, l'esercizio ci dice che:

- $\forall x(C(x) \rightarrow (G(x) \wedge Q(x))$, per quanto riguarda la necessità e
- $\exists x(G(x) \wedge Q(x) \wedge \neg C(x))$, per quanto riguarda l'insufficienza.

Vale a dire:

- per poter entrare in una squadra di calcio bisogna saper giocar bene e aver meno di 14 anni,
- c'è chi sa giocare bene a calcio, ha meno di 14 anni e però non entra nella squadra di calcio.

La seconda possibilità corrisponde alla C) e anche alla E) (applicate a Elena). La B) e la D) sono compatibili con la premessa; la prima perché ripete quanto detto nella premessa (sempre nel caso di Elena), la seconda perché Elena non entra nella squadra perché non rispetta le condizioni dell'esercizio. Rimane la A) che è la risposta giusta, in quanto Elena supera il provino pur non soddisfacendo le richieste della premessa.

2.8. Esercizio 31. **Simona afferma: ≪In ogni corso di laurea in Medicina e Chirurgia c'è almeno uno studente che ha superato tutti gli esami del primo anno≫. Se tale affermazione è falsa, allora sicuramente...**

A) c'è almeno un corso di laurea in Medicina e Chirurgia in cui nessuno studente ha superato tutti gli esami del primo anno

B) in tutti i corsi di laurea in Medicina e Chirurgia nessuno studente ha superato tutti gli esami del primo anno
C) in ogni corso di laurea in Medicina e Chirurgia c'è almeno uno studente che non ha superato alcun esame del primo anno
D) c'è almeno un corso di laurea in Medicina e Chirurgia in cui c'è almeno uno studente che non ha superato alcun esame del primo anno
E) c'è almeno un corso di laurea in Medicina e Chirurgia in cui almeno uno studente ha superato tutti gli esami del primo anno

2.8.1. *Soluzione.* Formalizziamo l'assunto dell'esercizio nella maniera seguente: $M(x)$ sta per *x è un corso di laurea in Medicina e Chirurgia*, mentre $S(y, x)$ che *y è uno studente che supera tutti gli esami del primo anno di corso di laurea y*. Allora, la premessa è

$$\forall x(M(x) \to \exists y(S(y, x))), \tag{34}$$

che negata diviene

$$\exists x(M(x) \wedge \neg\exists y(S(y, x))), \tag{35}$$

e così corrisponde ad A).

2.9. Esercizio 32. Condizione sufficiente, ma non necessaria, affinché al Liceo Pitagora l'anno scolastico si concluda con una festa è che le interrogazioni terminino entro la fine del mese di maggio. Determinare quale delle seguenti situazioni è INCOMPATIBILE con l'affermazione precedente.

A) Nel 2008 le interrogazioni sono terminate a marzo, e poi non c'è stata la festa
B) Nel 2006 uno studente è stato interrogato il 4 giugno, e poi c'è stata la festa
C) Nel 2003 uno studente è stato interrogato il 4 giugno, e poi non c'è stata la festa
D) Nel 2010 uno studente è stato interrogato il 3 aprile, e poi non c'è stata la festa
E) Da quando esiste il Liceo Pitagora la festa c'è stata ad anni alterni

2.9.1. *Soluzione.* Formalizziamo con F e I rispettivamente le affermazioni relative al liceo Pitagora:

- l'anno scolastico si conclude con una festa,
- le interrogazioni terminano entro la fine di maggio.

Per ipotesi, I implica F ma non viceversa:

- se le interrogazioni finiscono entro maggio c'è la festa di fine anno ($I \to F$, appunto),

- ma potrebbe esserci la festa anche in caso contrario ($\neg(F \to I)$, cioè $\neg(\neg F \vee I)$, cioè $F \wedge \neg I$).

Con queste premesse B), C) si conciliano. Anche D), perchè niente vieta che nel 2003 altri studenti siano stati interrogati dopo il 3 aprile, e addirittura a giugno. Anche E) è del tutto compatibile. A) invece contraddice la prima condizione sopra elencata, ed è dunque la risposta cercata.

3. Test di medicina 2018

3.1. Esercizio 1. ≪Ogni volta che mi alzo dal letto provo delle vertigini≫
Se la precedente affermazione è FALSA, quale delle seguenti è certamente vera?

A) Almeno una volta mi sono alzato dal letto senza provare vertigini
B) Quando mi alzo dal letto non provo mai vertigini
C) Tutte le mattine provo delle vertigini
D) Almeno una volta mi sono alzato dal letto e ho provato delle forti vertigini
E) Quando non mi alzo dal letto non provo vertigini

3.1.1. *Soluzione.* Usando m per *me*, $L(x)$ per *alzarsi dal letto* e $V(x)$ per *provare delle vertigini*, l'enunciato dell'esercizio diventa:

$$L(m) \to V(m). \tag{36}$$

Negandolo, otteniamo:

$$L(m) \wedge \neg V(m), \tag{37}$$

ossia, mi alzo dal letto senza provare vertigini. Questo corrisponde alla risposta A) che dunque si rivela quella corretta.

3.2. Esercizio 4. X: cerchio come tre: Y

A) X = due; Y = sfera
B) X = quadrato; Y = cubo
C) X = circonferenza; Y = uno
D) X = superficie; Y = quadrato
E) X = volume; Y = circonferenza

3.2.1. *Soluzione.* Cerchio e sfera rappresentano rispettivamente una superficie e un solido, corrispondendo alle dimensioni 2 e 3. La proporzione A) è quindi ragionevole, a differenza delle altre.

3.3. Esercizio 9. A Michele viene chiesto di inserire i due numeri mancanti nella sequenza:
2 – 3 – 7 – 13 – 27 – . . . – . . .
Quali numeri deve inserire Michele?

A) 53 – 107
B) 55 – 107
C) 53 – 105
D) 54 – 106
E) 55 – 105

3.3.1. *Soluzione.* A essere rigorosi, l'esercizio manifesta qualche ambiguità, in quanto per *ogni* sequenza finita di numeri si può sempre trovare un principio che la genera (un'osservazione attribuita a Wittgenstein). Dunque tutte le risposte si possono intendere corrette. Se si vuole avvalorare la A), il principio potrebbe essere che, alla somma dei termini precedenti, si aggiunge alternativamente una volta 1 e una volta 2. Così $2 + 1 = 3$, $2 + 3 + 2 = 7$, $2 + 3 + 7 + 1 = 13$, $2 + 3 + 7 + 13 + 2 = 27$, e a seguire $2 + 3 + 7 + 13 + 27 + 1 = 53$, $2 + 3 + 7 + 13 + 27 + 53 + 2 = 107$. Ma altre leggi possono avvalorare le altre risposte. . .

3.4. Esercizio 10. Le tavole di verità sono tabelle usate nella logica per determinare se, attribuiti i valori di verità alle proposizioni che la compongono, una determinata proposizione è vera o falsa. Le tabelle di verità della congiunzione ≪e≫($\wedge$), della disgiunzione ≪o≫($\vee$) e della negazione ≪non≫($\neg$) sono rispettivamente:

A	B	$A \wedge B$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

A	B	$A \vee B$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

A	$\neg A$
V	F
F	V

Qual è la tabella di verità della proposizione P: $\neg(A \wedge B) \vee A$?

A)

A	B	P
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	V

B)

A	B	P
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	F

C)

A	B	P
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

D)

A	B	P
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	F

E)

A	B	P
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

3.4.1. *Soluzione.* Ragioniamo per induzione sul grado di complessità della formula P usando anche noi le tavole di verità:

A	B	$A \wedge B$	$\neg(A \wedge B)$	$\neg(A \wedge B) \vee A$
V	V	V	F	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	V	V

Come si vede facilmente, la risposta corretta è la A).

3.5. Esercizio 11. Quale/i delle seguenti regole di sostituzione è/sono corretta/e:
1) tutti gli X sono Y si può sostituire con qualche Y è X
2) nessun X è Y si può sostituire con nessun Y è X
3) qualche X è Y si può sostituire con tutti gli Y sono X

A) la prima e la seconda
B) la prima e la terza
C) tutte
D) nessuna
E) solo la seconda

3.5.1. *Soluzione.* Formalizziamo le presunte regole di sostituzione usando la teoria degli insiemi, assumendo che X non sia vuoto:

$$X \subseteq Y \rightarrow Y \cap X \neq \emptyset \tag{38}$$

$$X \cap Y = \emptyset \equiv Y \cap X = \emptyset \tag{39}$$

$$X \cap Y \neq \emptyset \rightarrow Y \subseteq X \tag{40}$$

Come si vede facilmente, le prime due regole sono corrette, ma non la terza. Se X si interseca con Y non è detto che Y sia incluso in X; semmai è il contrario. La risposta giusta è la A).

3.6. Esercizio 13. Quale/i dei seguenti sillogismi è/sono vero/i?
S_1) ogni X è Y, ogni Z è X, allora ogni Z è Y
S_2) ogni X è Y, qualche Z non è Y, allora qualche Z non è X
S_3) nessun X è Y, qualche X è Z, allora qualche Z non è Y

A) Tutti
B) Solo S_1
C) Nessuno
D) S_2 e S_3
E) S_1 e S_3

3.6.1. *Soluzione.* Formalizzando le premesse insiemisticamente, **S_1**) ci dice che $Z \subseteq X$ e $X \subseteq Y$; per transitività abbiamo che $Z \subseteq Y$. Dunque, **S_1**) è corretto. **S_2**) afferma che se Z ha qualche elemento fuori di Y, di conseguenza lo ha anche fuori di X (visto che X è incluso in Y); dunque anche **S_2**) è vera. Infine, **S_3**) ci dice che X ed Y sono disgiunti; quindi, vi sono elementi di Z che non appartengono a Y; addirittura tutto Z può essere incluso in X. Dunque, anche **S_3**) è giusta e la risposta corretta è la A).[1]

3.7. Esercizio 14. ≪***Se Giorgio andrà il prossimo sabato pomeriggio con gli amici alla lezione di cucina, Alice andrà con le amiche allo stadio per la partita di rugby***≫
Se il precedente enunciato è vero, quale/i della/e seguenti affermazione/i è/sono logicamente corretta/e:
A Alice non ha assistito alla partita di rugby quindi Giorgio non ha frequentato la lezione di cucina
B Giorgio ha frequentato la lezione di cucina quindi Alice ha assistito alla partita di rugby
C Alice ha assistito alla partita di rugby quindi Giorgio ha frequentato la lezione di cucina
D Giorgio non ha frequentato la lezione di cucina quindi Alice non ha assistito alla partita di rugby

A) A e B
B) D e B
C) nessuno
D) A e C
E) C e D

3.7.1. *Soluzione.* Formalizziamo l'enunciato dell'esercizio con $C(g)$ che significa *Giorgio andrà il prossimo sabato pomeriggio con gli amici*

[1] Consiglio di raffigurare i rapporti insiemistici con diagrammi di Venn. Si veda [**4**, pp. 205–229].

alla lezione di cucina e con $R(a)$ che significa *Alice andrà con le amiche allo stadio per la partita di rugby*:

$$C(g) \to R(a). \tag{41}$$

Passando alle negazioni otteniamo:

$$\neg R(a) \to \neg C(g) \tag{42}$$

ossia, *se Alice non è andata allo stadio di rugby con le sue amiche, allora Giorgio non è andato alla lezione di cucina con i suoi amici*; quindi, la A e la B sono le risposte corrette. Pertanto A) è vera.

3.8. Esercizio 16. Alice deve inserire il numero mancante nell'ultima tabella in modo che tutte le tabelle rispettino lo stesso criterio di riempimento. Quale numero deve inserire Alice?

2	**5**
4	**25**

3	**4**
9	**16**

1	**6**
1	**?**

A) 36
B) 12
C) 6
D) 45
E) 30

3.8.1. *Soluzione.* Come già nel caso dell'esercizio (9) di p. 11, anche questo esercizio si presta ad ogni possibile risposta. Dopo di che, a noi ci pare ragionevole proporre la soluzione seguente che è probabilmente la risposta che ci si aspetta: come si nota facilmente, ogni numero sta nella casella sopra al suo quadrato. Infatti, nella prima tabella 2 sta sopra a 4 e 5 sopra a 25; nella seconda tabella, 3 sta sopra a 9 e 4 a 16; quindi, nella terza tabella 1 sta sopra a sé stesso, in quanto il quadrato di 1 è ancora 1, e 6 sta sopra 36. La risposta giusta è quindi la A).

4. Test di medicina 2019

4.1. Esercizio 12. Le tavole di verità sono tabelle usate nella logica per determinare se, attribuiti i valori di verità alle proposizioni che la compongono, una determinata proposizione è vera o falsa. Le tavole di verità della disgiunzione ($\vee$), della doppia implicazione ($\Leftrightarrow$) e della negazione ($\neg$) sono rispettivamente:

A	B	$A \vee B$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

A	B	$A \Leftrightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

A	$\neg A$
V	F
F	V

Qual'è la tavola di verità della proposizione P: $(A \vee (\neg B)) \Leftrightarrow B)$?

A)

A	B	P
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

B)

A	B	P
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	V

C)

A	B	P
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	V

D)

A	B	P
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	F

E)

A	B	P
V	V	V
V	F	V
F	V	F
F	F	F

4.1.1. *Soluzione.* Procediamo per induzione sulla complessità della formula come abbiamo fatto in precedenza con l'esercizio 10 di pagina 11.

A	B	$\neg B$	$A \vee (\neg B)$	$(A \vee (\neg B)) \Leftrightarrow B)$
V	V	F	V	V
V	F	V	V	F
F	V	F	F	F
F	F	V	V	F

La risposta corretta è la A) in quanto solo nel primo caso la formula si rivela vera.

Bibliografia

[1] Maurizio Negri, *Elementi di Logica*, LED, Edizioni Universitarie di Lettere Economia Diritto, Milano, 1994.

[2] Gottlob Frege, *Begriffsschrift*, From Frege to Gödel, A Source Book in Mathematical Logic, 1879-1931 (Jean van Heijenoort, ed.), Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, London, England, 1967.

[3] Gennaro Chierchia e Sally McConnell-Ginet, *Significato e grammatica*, Franco Muzzio editore; traduzione e cura di Walter Castelnuovo, 1993.

[4] Irving -M. Copi, *Introduzione alla logica*, traduzione italiana di Marialuisa Stringa, il Mulino, Bologna, 1964.

[5] Rainer Wüsst, *Mathematik für Physiker und Mathematiker. Band 1: Reelle Analysis und Lineare Algebra*, Dritte Auflage, Wiley-Vch Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, 2009.

[6] Ettore Casari, *La matematica della verità. Strumenti matematici della semantica logica*, Bollati Boringhieri, Torino, 2006.

Indice