

Teoria dei Giochi

M.S. Bernabei

- 1944 “Theory of Games and Economic Behavior” di John von Neumann e Oskar Morgenstern
- 1953 John Forbes Nash jr., Premio Nobel per l’Economia nel 1994

Che cos' è un gioco?

- Esistono molti tipi di giochi, giochi a carte, videogiochi, giochi sportivi (p.e. calcio), ecc..
- In questo corso prenderemo in considerazione i giochi in cui:
 - partecipano 2 o più **giocatori**;
 - ci sono decisioni dove conta la **strategia**, cioè l'insieme delle mosse che un giocatore intende fare;
 - il gioco può avere uno o più risultati;
 - il risultato o **vincita finale** di ciascun giocatore dipende dalle strategie scelte da tutti i giocatori; esiste una **interazione strategica**.

Teoria dei Giochi

- La Teoria dei Giochi (TdG) è la scienza matematica che analizza situazioni di conflitto e ne ricerca soluzioni competitive e cooperative. Studia le decisioni individuali in situazioni in cui vi sono interazioni tra diversi soggetti.
- Essendo coinvolti più decisori l'esito finale dipende dalle scelte operate da i giocatori.
- Assumiamo che i giocatori siano “**intelligenti**” cioè in grado di fare ragionamenti logici di complessità indefinitivamente elevata.
- Supponiamo che i giocatori siano “**razionali**”, cioè hanno preferenze coerenti (transitive) sugli esiti finali del processo decisionale e che hanno l'obiettivo di “massimizzare” queste preferenze.
- Ogni partecipante ha una “sua” “**funzione di utilità**” sull'insieme dei beni o esiti del gioco.

Quali Giochi rimangono fuori?

- Giochi contro il caso, per esempio le lotterie, le slot machines dove c'è un solo giocatore che sfida la sorte, la strategia non è importante.
- Giochi senza interazione strategica tra giocatori, per esempio il solitario.

Perché gli economisti studiano la TdG?

- La teoria dei Giochi rappresentano un buon modello per descrivere le interazioni strategiche tra agenti economici. La teoria microeconomica è basata sulla teoria delle scelte individuali.
- Molti risultati economici coinvolgono l'interazione strategica.
 - Andamento di mercati non perfettamente competitivi, p.e. Coca-Cola contro la Pepsi.
 - Andamento nelle aste, p.e. offerta della Banca di Investimento sui Buoni Ordinari del Tesoro.
 - Andamento nelle negoziazioni economiche, p.e. il commercio.
- La teoria dei giochi è ampiamente utilizzata in Economia Industriale, p.e. nelle imprese dove gli agenti hanno interessi contrastanti.
- Teoria dei giochi non ha applicazioni solo nell'economia e nella finanza, ma anche nel campo strategico-militare, nella politica, nella sociologia, nella psicologia, nell'informatica, nella biologia, nello sport.

Le componenti di un gioco

1. I giocatori
 - Quanti giocatori ci sono?
 - Conta l'intelligenza, la fortuna?
2. Una descrizione completa su cosa i giocatori possono scegliere - **l'insieme delle azioni possibili**.
3. L' **informazione che i giocatori hanno a disposizione** quando prendono una decisione.
4. Una descrizione delle **possibili vincite** di ogni giocatore per ogni possibile combinazione delle mosse scelte da tutti i giocatori che partecipano al gioco.
5. Una descrizione di tutte le **preferenze dei giocatori sugli esiti**.

Giochi cooperativi e non cooperativi

- Un gioco si dice **cooperativo** se c'è la possibilità per i giocatori di sottoscrivere accordi vincolanti, che possono essere di vantaggio ai singoli giocatori (von Neumann).
- Un gioco si dice **non cooperativo** quando il meccanismo delle decisioni riguarda i singoli giocatori sulla base di ragionamenti individuali (Nash).
- Prenderemo in considerazione solo giochi non cooperativi.

Il gioco del Dilemma del Prigioniero

- Due giocatori, i prigionieri 1 e 2.
- Ogni prigioniero ha due possibili scelte.
 - Prigioniero 1: Non confessare, Confessare
 - Prigioniero 2: Non confessare, Confessare
- I giocatori scelgono le loro azioni simultaneamente senza conoscere l'azione scelta dall'avversario.
- La vincita è quantificata in anni di prigione.

Dilemma del Prigioniero in forma “normale” o “strategica”

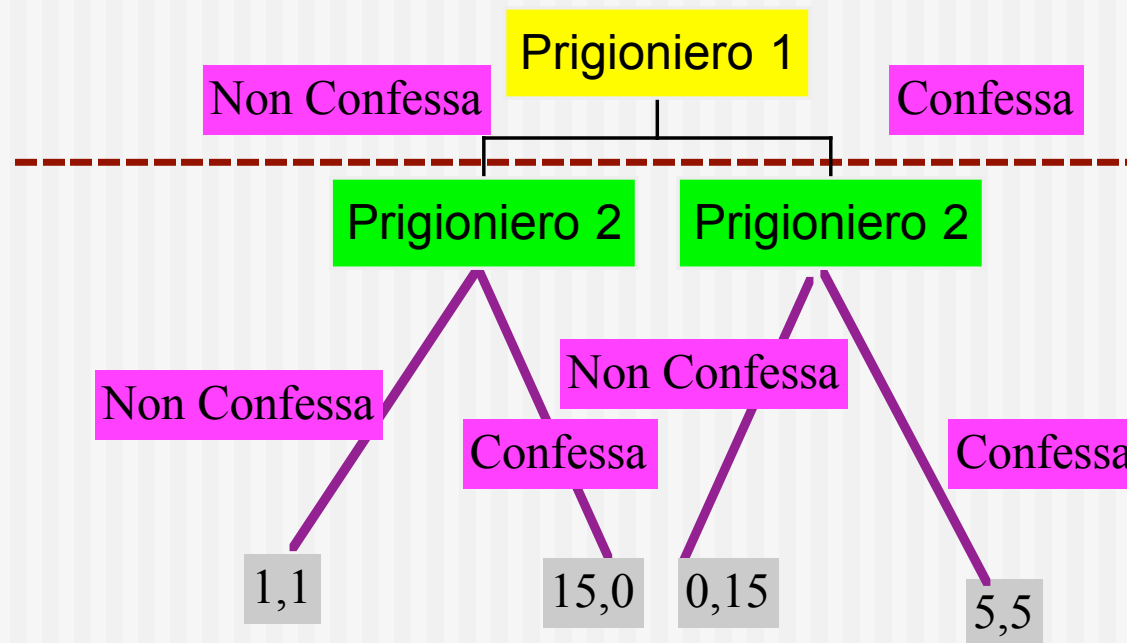
Prigioniero 1	Non Confessa	Confessa
Prigioniero 2		
Non confessa	1,1	15,0
Confessa	0,15	5,5

Come giocare utilizzando un software

<http://www.gametheory.net/applets/>

Dilemma del Prigioniero: descrizione ad “albero”

Dilemma del Prigioniero



Mentre il Prigioniero 2 sceglie non conosce la scelta che ha fatto il suo avversario.

Giochi con somma non nulla

- Un gioco si dice **a somma nulla** se la somma delle vincite è zero, per esempio nel calcio se una squadra vince l'altra perde.
- Altrimenti un gioco si dice **a somma non nulla**, per esempio nel caso del Dilemma del Prigioniero se entrambi i giocatori scelgono di non confessare entrambi hanno una riduzione della pena.

Forma estesa e normale

- Un gioco è in **forma estesa** se può essere descritto con un “albero”: si tratta di costruire un grafo che, partendo dalla radice, descriva il gioco mossa per mossa, fino ad arrivare a presentare tutte le situazioni finali, ciascun esito univoco di una serie di mosse (introdotta da von Neumann e Morgenstern(1944) e formalizzata da Kuhn (1953)).
- Un gioco è in **forma normale** (o **strategica**) se il numero dei giocatori è prefissato, come lo spazio delle loro strategie, e la funzione di utilità di ciascuno di loro.

Informazione completa e incompleta

- In un gioco a **informazione completa** le regole del gioco e la funzione di utilità di tutti i giocatori sono conoscenza comune dei giocatori.
- In un gioco a **informazione incompleta** le regole del gioco e la funzione di utilità di tutti i giocatori non sono conoscenza comune dei giocatori.
- L'informazione incompleta è più realistica e interessante da studiare.

Applicazione del Dilemma del Prigioniero

- Corsa alle armi nucleari.
- Risoluzione di controversia e la decisione di assumere un avvocato.
- Contributi politici (o di corruzione) tra imprenditori e politici.

Giochi simultanei e sequenziali

- I giochi sono **simultanei** se i giocatori scelgono le azioni simultaneamente.
 - Esempi: Dilemma del Prigioniero, Vendite all'asta.
- I giochi sono **sequenziali** se i giocatori scelgono le azioni secondo una successione particolare.
 - Esempi: Gioco degli scacchi, contrattazioni.
- Molte strategie comprendono sia la simultaneità che la sequenzialità.

Giochi one-shot e ripetuti

- Un gioco è **one-shot** quando c'è una sola scelta.
 - I giocatori di solito non sanno molto degli avversari.
- Un gioco è **ripetuto** quando ciascun giocatore può fare più di una scelta. Questo tipo di gioco favorisce le **cooperazioni**.

Strategie

- Una strategia è un “piano di azione”, una mossa o insieme delle mosse che un giocatore intende fare seguendo tutte le possibilità del gioco.
- Le strategie dipendono dal tipo di gioco, nel gioco ad una sola scelta le strategie sono fisse. P.e.: Confessare, Non confessare nel Dilemma del Prigioniero.
- Nel gioco ripetuto, è possibile adottare strategie che dipendono dalle mosse fatte nelle partite precedenti del gioco.

Informazione perfetta e imperfetta

- Un gioco si dice avere **informazione perfetta** se i giocatori conoscono con certezza la storia delle giocate precedenti (sa in quale ramo dell'albero si trova).
 - Es.: scacchi, dama, Dilemma del Prigioniero.
- Altrimenti l'informazione è **imperfetta**.
 - Es.: scopa, briscola (non si conosce la giocata dell'avversario)

Equilibrio

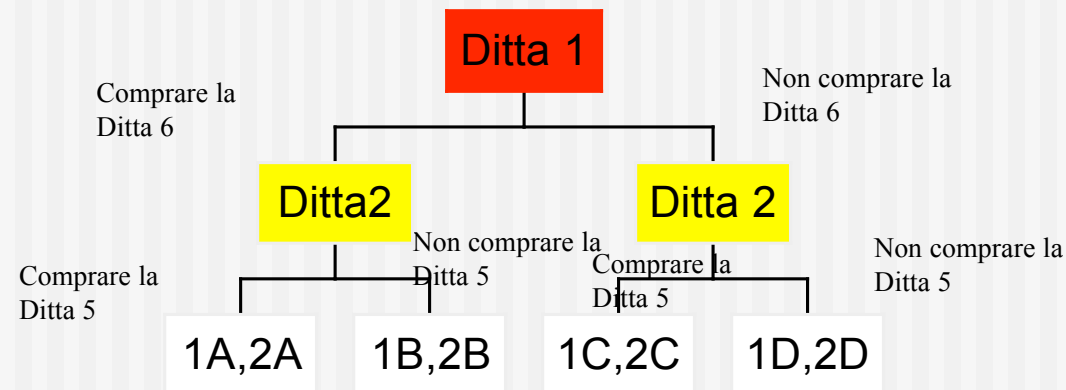
- L' interazione di tutte le strategie dei giocatori "razionali" portano all' "equilibrio".
- In stato di equilibrio ciascun giocatore sta giocando la strategia che risulta la "migliore risposta" alle strategie degli altri giocatori. Nessuno è disposto a cambiare tale strategia date le scelte strategiche degli altri.
- L' equilibrio non è
 - il risultato migliore: l'equilibrio per il Dilemma del Prigioniero è per entrambi i prigionieri di confessare.
 - quando i giocatori scelgono la stessa azione. Talvolta l'equilibrio comporta un cambiamento di mossa (equilibrio nella strategia mista).

Giochi sequenziali con Informazione Perfetta

- Modelli di situazioni strategiche dove c'è un ordine stretto di gioco
- L'informazione perfetta implica che i giocatori sanno tutto quello che è successo prima di prendere una decisione.
- I giochi con mosse sequenziali sono più facilmente rappresentabili usando un **gioco ad albero**.
 - Il gioco di fusione: supponiamo che un'industria ha 6 grandi ditte. Denotiamo la più grande con 1 e la più piccola con 6. Supponiamo che la ditta 1 proponga una fusione con la 6, e la ditta 2 consideri l'eventualità di fondersi con la 5.

L'albero per il Gioco di Fusione

Il Gioco di Fusione



Ditta 1: $1B > 1A > 1D > 1C$

Ditta 2: $2C > 2A > 2D > 2B$

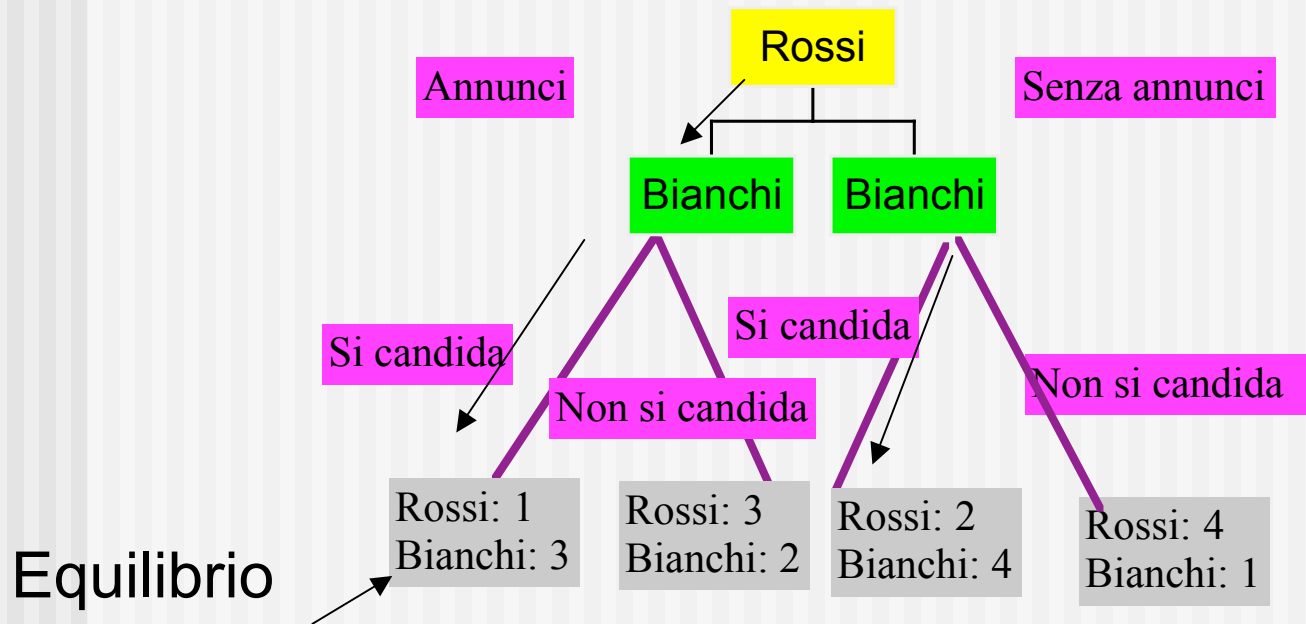
Tali valori rappresentano il profitto di ciascuna ditta

Esempio: il Gioco della Candidatura al Senato

- Il Senatore in carica Rossi è candidato per la rielezione. La sfidante è la signora Bianchi.
- Il Senatore Rossi fa la prima mossa e deve decidere se fare propaganda con annunci pubblicitari o no.
- La sfidante Bianchi fa la seconda mossa e deve decidere se candidarsi o no.
- Modello del gioco:
 - I giocatori sono Rossi e Bianchi. Inizia a giocare Rossi.
 - Le scelte per Rossi sono Annunci, Senza Annunci; per Bianchi: Candidarsi, Non Candidarsi.
 - La propaganda è costosa, così Rossi vorrebbe non farla.
 - Per Bianchi sarà più facile vincere se Rossi non farà propaganda.

Gioco della Candidatura al Senato

Candidatura al Senato



I numeri 1,2,3,4 rappresentano in ordine crescente le utilità dei due candidati. Per esempio se il Senatore Rossi non fa pubblicità e Bianchi non si candida ottiene il massimo della sua utilità; viceversa ottiene il minimo quando paga la sua pubblicità e Bianchi si candida.

Quali sono le strategie?

- Una **pura strategia** per un giocatore è un piano completo di azioni che specifica la scelta da fare ad ogni nodo. Nel quarto capitolo vedremo che esiste anche una **strategia mista**.
- Rossi ha due pure strategie: Annunci e Senza Annunci
- Bianchi ha quattro strategie:
 - Se Rossi sceglie Annunci sceglie Candidatura, C, e se Rossi sceglie Senza Annunci sceglie Candidatura (C, C)
 - Se Rossi sceglie Annunci sceglie Non Candidatura, NC, e se Rossi sceglie Senza annunci sceglie Candidatura (NC,C)
 - Se Rossi sceglie Annunci sceglie Candidatura e se Rossi sceglie Senza annunci sceglie Non Candidatura (C, NC)
 - Se Rossi sceglie Annunci sceglie Non Candidatura e se Rossi sceglie Senza annunci sceglie Non Candidatura (NC, NC)

Come trovare l'equilibrio di un gioco: induzione a ritroso

- Supponiamo di avere due giocatori A e B e che A decide per primo e B per secondo
- Consideriamo le vincite del giocatore B nei nodi finali e assumiamo che il giocatore B sceglierà sempre l'azione che gli darà la vincita massima
- Indichiamo con delle frecce questi rami dell'albero, mentre gli altri sono "potati"
- Consideriamo il penultimo nodo. Data la decisione di B, quale mossa farà A? Assumiamo che anche il giocatore A sceglierà sempre l'azione che gli darà la vincita massima. Mettiamo una freccia su questi rami dell'albero.
- Continuiamo così ad andare a ritroso fino alla radice del primo nodo dell'albero. Il cammino indicato da queste frecce è il cammino che porta all'**equilibrio**.

Esercizi

1. **La Battaglia dei sessi.** Due fidanzati devono scegliere tra andare a teatro (T) o alla partita (P). Lei preferisce il teatro, mentre lui preferisce la partita, ma entrambi non hanno interesse a restare da soli. In termini di soddisfazione stare soli dà 0 a entrambi, il teatro dà 2 alla ragazza e 1 al ragazzo, mentre la partita dà 2 al ragazzo e 1 alla ragazza. Rappresentare il gioco in forma strategica e ad albero.
2. **Morra cinese.** Due giocatori contemporaneamente devono scegliere tra sasso, forbice e carta. Se i due giocatori scelgono lo stesso la partita è pari. Sasso vince su forbice, forbice vince su carta e carta vince su sasso. Rappresentare il gioco in forma strategica e ad albero.