

MATEMATICA E LETTERATURA

Carlo Toffalori

Dipartimento di Matematica e Informatica

Università di Camerino

Anno accademico 2008-09

1. PROVOCAZIONI

J. Conrad, *Lord Jim*: un “traditore”, eppure “*uno di noi*”, “*one of us*”.

Vale anche per i numeri?

Un quiz. Ci sono da scoprire due numeri compresi tra 2 e 100. Il signor Più ne sa la somma ma non il prodotto, e il signor Per ne sa il prodotto ma non la somma. Tanto Più che Per conoscono bene la Matematica e sono abili a ragionare. Per ammette:

- Per trovare i due numeri, non mi basta conoscerne il prodotto!

Più risponde:

- Me lo immaginavo!

- Ma adesso che mi dici questo, so quali sono i due numeri!- ribatte Per.

- Ora lo so anch'io! – conclude Più.

Quali sono i due numeri?

Una storia vera.

- Ci sono due numeri tra 2 e 100...
- Ah, no, queste cose sono troppo difficili. Io la Matematica non la capisco!

Shakespeare, *Amleto*, Atto 2, Scena 2:

*“O cara Ofelia, io sto a disagio con questi numeri,
io non ho l’arte di contare i miei gemiti”* .

Eppure...

Publio Terenzio Afro, *Eautontimoroumenos* (*Il punitore di se stesso*), 165 a. C.

“Sono un uomo, non c’è niente che riguarda l’uomo e che io ritenga a me estraneo” , *“Homo sum, nihil humani a me alienum puto”* .

Dante, *Divina Commedia*, *Inferno*, Canto XXVI

*“Fatti non foste per viver come bruti,
ma per seguir virtute e canoscenza.”*

Compresa la “canoscenza” matematica?

Giacomo Casanova, *“Storia della mia vita”*, Volume 5, Capitolo 5

“Madame d’Urfé, tremante di gioia, fece la domanda: io la convertii in numeri, poi in piramide come facevo sempre e le feci estrarre la risposta... chiarissima e sorprendente: davanti agli occhi era apparsa la parola che era necessaria per decifrare il suo manoscritto. Quando la lasciai portai con me la sua anima, il suo cuore, la sua mente e quel po’ di buon senso che le restava.”

“Avrei potuto dirle la verità, e cioè che lo stesso calcolo che mi era servito per decifrare il manoscritto mi aveva fatto scoprire la parola, ma mi venne il ghiribizzo di dirle che me l’aveva rivelato un Genio. Questa falsa confidenza mise Madame d’Urfé in mio potere. Da quel giorno diventai padrone della sua anima.”

Peter Høeg, *Il senso di Smilla per la neve*

“Se qualcuno mi chiedesse che cosa mi rende davvero felice, io risponderei: i numeri. La neve, il ghiaccio e i numeri. E sai perché? Perché il sistema numerico è come la vita umana.”

Robert Musil, L'uomo matematico

“La matematica è un'ostentazione di audacia della pura ratio; uno dei pochi lussi oggi ancora possibili.”

“La matematica ... proprio in esse (nelle cose serie della vita) abbraccia alcune delle avventure più appassionanti e incisive dell'esistenza umana.”

Matematica e musica

- G. Leibniz: la musica *“calcolo inconsapevole”*.

- W. A. Mozart, *Gran Trio*

A. Einstein: *“ogni strumento è primo inter pares, ogni nota è significativa e contribuisce a un compimento sonoro, spirituale, sensuale”*

- W. A. Mozart, *Don Giovanni*

S. Kierkegaard: *“Immortale Mozart! E' a te che devo... la perdita della mia ragione, lo stupore della mia anima, il terrore nel mio più intimo essere...”*

Matematica e poesia

- Shakespeare: *“l’arte di contare i gemiti”*
- Dante e i suoi endecasillabi
“amor ch’a nullo amato amar perdona”
“che solo amore e luce ha per confine”

Matematica e prosa

- J. Conrad, *Il passeggero segreto*
“ogni parola al posto giusto”, “neanche una nota sbagliata”.

2. TUTTO E' NUMERO

Il numero come Dio? O e 1, Sì e No, Bene e Male.

W. Shakespeare, *Re Lear*

“Il sì e il no non formano buona teologia.”

Numeri e lettere.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

- a) Un linguaggio universale
- b) Crittografia
- c) Giochi d'amore
- d) Il palazzo di Sargon II
- e) L'aritmanzia e Harry Potter.
- f) Astrologia e astronomia
- g) La smorfia: *“la paura fa novanta”*, *“quarantasette –o quarantotto- il morto che parla”*
- h) Gematria
 - Ezechiele: *“il cinque del quarto mese dell'anno trentesimo”*
 - 15 come Y Yawhé: 9 +6
 - Amen e 99

Pitagora di Samo

- *“Autòs éfa”*, *“l'ha detto Lui”*
- *“Tutto è numero”*

Uno = il tutto, l'origine di ogni cosa

Due = l'antitesi e il contrasto

Tre = la sintesi di ogni dualità

Quattro = la terra, le sue stagioni, i suoi punti cardinali; la Giustizia

Cinque = il matrimonio

Dieci = somma di Uno, Due, Tre e Quattro, dunque del punto, della retta, del piano e dello spazio tridimensionale = il cosmo (la *Tetraktys*)

Il ruolo dello zero

Shakespeare, *Re Lear*

“Adesso sei uno zero senza un numero davanti. Io son da più di quel che sei ora: almeno sono un pazzo, e tu non sei nulla.”

Trilussa, *Nummeri*

“- Conterò poco, è vero:
- diceva l’Uno ar Zero -
Ma tu che vali? Gnente: proprio gnente.
Sia ne l’azione come ner pensiero
Rimani un coso voto e inconcrudente.
Io, invece, se me metto a capofila
De cinque zeri tale e quale a te,
Lo sai quanto divento? Centomila.
E’ questione de nummeri. A un dipresso
È quello che succede ar dittatore
Che cresce de potenza e de valore
Più so’ li zeri che je vanno appresso.”

Il ruolo del 6

Giovanni, *Apocalisse*

“Qui sta la sapienza. Chi ha intelligenza calcoli il numero della bestia: essa rappresenta un nome d'uomo. E tal cifra è seicentosessantasei”.

Eppure. $6 = 1 + 2 + 3$ come numero perfetto. Da riconsiderare.

Numerologia cristiana.

Giovanni, *Apocalisse*

- 7 chiese d'Asia,
- 7 spiriti davanti al trono di Dio,
- 7 candelabri d'oro,
- 7 stelle nella destra di Cristo,
- “24 vegliardi”,
- “4 angeli che stanno ai 4 angoli della terra a trattenere i 4 venti”,
- il numero degli eletti “centoquarantaquattromila” (mille volte il quadrato di 12), e via dicendo.

Dante, *Divina Commedia*

- il numero delle cantiche: tre, come le persone della Trinità
- il numero dei canti: cento, l'Uno con due Zeri dietro, e si continua con una miriade di esempi successivi.

Johann Sebastian Bach, Gematria musicale

Agostino di Ippona

Posizioni preconcepite contro la Matematica?

“Il buon cristiano dovrebbe stare attento ai matematici e a tutti i falsi profeti. C'è il pericolo che i matematici abbiano stretto un patto col diavolo per annebbiare lo spirito, e mandare l'uomo all'inferno”.

Confessioni

“Quegli altri vagabondi, che chiamano matematici”.

Un chiarimento: *Contro gli Astrologi*

Una distinzione tra i matematici “*come si intendevano una volta*”, “*quelli che calcolavano la misura del tempo col movimento del cielo e delle stelle*” – potremmo forse dire, appunto, gli astronomi - e “*quelli che oggi si chiamano matematici*”, i quali “*non rispondono se non dopo aver consultato le costellazioni*” e che “*pretendono di sottomettere le nostre azioni ai corpi celesti, di venderci alle stelle e di riscuotere da noi il prezzo stesso con cui siamo venduti*”, gli astrologi, dunque.

L’elogio del 153

Antefatto: Giovanni, *Vangelo*, Capitolo 21, la pesca miracolosa nel mare di Tiberiade dopo la Resurrezione, 153 è il numero dei “*grossi pesci*” che finirono nella rete degli Apostoli.

10 è il numero dei comandamenti, e che di questi i primi 3 hanno per oggetto l'amore per Dio e i 7 successivi l'amore per il prossimo. Sette sono anche le opere di misericordia e così 17 – dieci più sette – è numeri che sintetizza la summa, l'essenza del Cristianesimo.

“Si uniscano allora il 7 e il 10 in modo da ottenere il numero 17. Ebbene, se ti metterai a sommare tutti i numeri da 1 fino a 17, otterrai 153. Non occorre che facciamo adesso il computo, contali a casa tua... Troverai in questa maniera il sacro numero dei fedeli e dei santi che saranno in cielo col Signore.”

Se ne deduce che i 153 pesci del miracolo raffigurano in realtà *“le miriadi di santi e di credenti”* ammessi in paradiso.

Il piccolo Gauss.

Tornando a 6: secondo il racconto della *Genesi*, il numero dei giorni della Creazione prima del riposo finale.

6 è perfetto, e 6 sono i giorni della creazione.

La Trinità

“Il numero 6 si chiama perfetto perché si compone delle sue parti. Comprende in sé le tre frazioni seguenti: la sesta parte, la terza parte, la metà, né vi si può trovare un'altra frazione di valore determinato. Dunque la sesta parte di sei equivale a 1, la terza a 2, la metà a 3. Ora 1 più 2 più 3 danno come totale 6... Tale perfezione è sottolineata dalla Sacra Scrittura, soprattutto per il fatto che Dio in 6 giorni ha compiuto la sua opera”.

La Genesi alla lettera

“In un numero perfetto di giorni, cioè in 6, completò Dio le opere fatte da lui”

“Allo stesso modo che i divisori di 6 si elevano gradualmente fino al trigono... così il primo giorno fu creata la luce, nei due seguenti fu fatta la creazione di questo mondo - in uno il firmamento, nell’altro il mare e la terra -, ... nei restanti tre giorni furono creati gli esseri visibili che si muovono in questo mondo, cioè in questo universo visibile formato da tutti gli elementi.”

“Nessuno è così pazzo da osar dire che Dio, se avesse voluto, non avrebbe potuto creare tutte le cose in un sol giorno oppure in 2 giorni: nel primo giorno la creatura spirituale, e il secondo giorno la creatura corporale, oppure in un giorno il cielo con tutte le creature celesti, e nel seguente la terra con tutto ciò che è in essa. E tutto ciò Dio lo creò quando volle, in qualunque periodo di tempo volle, e come volle”.

La Città di Dio

“E’ per la perfezione del numero 6 che, secondo la Scrittura, la creazione fu compiuta in 6 giorni.”

“La parola ‘giorno’ viene ripetuta per 6 volte non perché a Dio sia stato necessario del tempo, come se non avesse il potere di creare simultaneamente tutte le opere che poi il tempo avrebbe posto nella successione secondo i movimenti convenienti. La ragione è invece che mediante il 6 è stata indicata la perfezione del creato”.

Altra aritmetica

“il prodotto di 3 per 3 eguale a 9 è necessario che sia vero anche se l’umano genere russa.”

I numeri come idea platonica o come invenzione umana?

Certi uomini detestano i numeri, ma le scimmie contano.

Tornando a Pitagora: davvero tutto è numero?

La radice quadrata di 2, o la sezione aurea.

Ma l’informatica moderna...

3. ARITMETICA

Alessandro Manzoni, *Promessi Sposi*

La cena di Renzo: “*non era un conto che richiedesse una grande aritmetica*”.

Uno, due, tre, “*tanti*”: una proposta di aritmetica elementare.

Qualche adesione

Lewis Carroll, *La caccia allo snualo*,

“*L’ho detto tre volte:*

e quel che vi dico tre volte è vero”,

Lewis Carroll, *Sylvie and Bruno concluded*.

Bruno che sta alla finestra di una casa di campagna, occupato a calcolare il numero dei maiali di un branco che vaga nel prato di fronte. A Sylvie che gli chiede quanti essi siano risponde:

“– *Mille e quattro.*

– *Intendi dire circa mille– lo corregge Sylvie –. Non è giusto dire “e quattro”, non puoi essere sicuro dei quattro!*

– *Non potevi fare errore più grosso! – esclamò Bruno trionfante – E’ proprio dei quattro che sono certo; sono qui sotto la finestra! Semmai è dei mille che non sono sicuro!”*

Un’obiezione: Orazio Nelson,

“*Only numbers can annihilate*”, “*Solo i numeri possono annullare*”.

Un’altra autorevole conferma: Matteo, *Vangelo*, 18, 21-22

“ – *Signore, quante volte dovrò perdonare al fratello, se pecca contro di me? Fino a sette volte?*

– *Non ti dico fino a sette volte, ma fino a settanta volte sette.”*

Qualche difficoltà

- casi di abigeato
- problemi di insonnia

Giacomo Leopardi, *Zibaldone*

“ Un pastore primitivo o selvaggio, privo di favella o di nomi numerali, che volesse, com'è naturale, rassegnare il suo gregge ”

Una lista di possibili rimedi:

- mettere le pecore in fila, segnare lo spazio che occupano, ripetere poi la verifica ogni sera e ogni mattina, controllando che lo spazio rimanga sempre lo stesso;
- oppure, *“che è più verisimile”*, associare un sasso a ogni pecora, conservare i sassi e verificare che le pecore rimangono tante quanti i sassi; oppure, quando mancano i sassi, associare le pecore alle nostre dita, una pecora per dito, ammesso però che le dita ci bastino e le pecore non siano più di dieci;
- oppure inventarsi i numeri.

Il battesimo dei numeri. Numeri e linguaggio.

“L’uomo senza la cognizione di una favella, non può concepire l’idea di un numero determinato. Immaginatevi di contare trenta o quaranta pietre, senz’averne una denominazione da dare a ciascheduna, vale a dire, una, due, tre, fino all’ultima denominazione, cioè trenta o quaranta, la quale contiene la somma di tutte le pietre, e desta un’idea che può essere abbracciata tutta in uno stesso tempo dall’intelletto e dalla memoria, essendo complessiva ma definita e intera.”

“... se tu non sapessi fuorché una sola denominazione numerica, e contando non potessi dir altro che uno, uno, uno; per quanta attenzione vi ponessi, affine di raccogliere progressivamente coll’animo e la memoria, la somma precisa di queste unità, fino all’ultima; tu saresti sempre nello stesso caso. Così se non sapessi altro che due denominazioni ecc.”

“Che sarebbe l’aritmetica se ogni numero si dovesse significare con cifra diversa, e non colla diversa composizione di pochi elementi?”

La rappresentazione in base 10

“Fecondità anzi infinità di risultati e combinazioni che deriva dall’uso degli elementi ... nell’aritmetica”.

Ordinali e cardinali

“Io non credo che le denominazioni de’ numeri ordinativi non abbiano preceduto nelle lingue primitive quelle de’ cardinali (contro ciò che pare a prima vista, e che forse è seguito nelle lingue colte ec.); e che in dette lingue la parola secondo si sia pronunciata prima che la parola due”.

Le quattro operazioni

Lewis Carroll, *Alice nel paese delle meraviglie*, la Finta Tartaruga

“Ambition, distraction, uglification and derision”

“Apprensione, frustrazione, mortificazione e derisione”

Beatles, *Come together*

“One and one and one is three”

Bertrand Russell arriva ad affermare che $1 + 1$ fa 2 solo dopo oltre trecentocinquanta pagine, e al termine di un'accurata dimostrazione.

Lewis Carroll, *Attraverso lo specchio*

“ – Sai fare l'addizione? Quanto fa uno più uno più uno più uno più uno più uno più uno più uno? ”,
–Non so, ho perso il conto”.

Andrea Camilleri

“Io sono una persona che non sa fare 2 più 2. Letteralmente”,

Fëdor Dostoevskij, *Le memorie del sottosuolo*

“Due per due quattro, è una cosa insopportabile. Due per due quattro, secondo me non è che un'impertinenza. Due per due quattro ha l'aria d'un insolente che stia nel mezzo della vostra strada con le mani sui fianchi e che vi sputi addosso. Sono pienamente d'accordo che due per due quattro sia una cosa eccellente; ma se bisogna fare delle lodi, due per due cinque è talvolta una cosetta molto graziosa”.

Rudy Rucker, $2+2=5$, *The Mad Professor*

Quattro: il non-numero, o “*il numero che non c'è*”.

Jorge Luis Borges, *Tigri azzurre*

Pietre che sembrano smentire ogni legge matematica, in continuo divenire

“*Se $3 + 1$ possono essere 2 o possono essere 14, la ragione è una follia.*”

“*Non so quale è la tua elemosina, ma la mia è spaventosa. Ti rimangono i giorni e le notti, il buon senso, le abitudini, il mondo.*”

Due cuori e una capanna

Shakespeare, *Sonetti*, 36

“*... Noi due dobbiamo restar due,
se pur i nostri indivisi amori son uno*”,

Shakespeare, *Sonetti*, 136

“*L'uno tra tanti val come nessuno*”,

Omar Khayyâm, *Quartine*

*“Che sia di duecento, trecento o mille anni la tua vita
Da questo vetusto palazzo sarai fatalmente cacciato.
Il sultano e il mendico del bazar:
Tutti e due avranno un valore solo, alla fine”,*

*“O ignari! Questa forma corporea è nulla.
E nulla è questa volta di nove cieli ricolma di segni.
Stai lieto, perché in questa dimora di vita e di nulla
Siamo legati a un soffio, un soffio che è nulla”.*

*“Perché parlare dei Cinque Sensi e dei Quattro Elementi, o coppiere?
Che importa se è Uno il Problema o se son centomila
Siamo fatti di polvere: prendi il liuto, o coppiere
Siamo fatti di vento: porta il vino, o coppiere!”*

Trilussa, *La statistica*

*“Me spiego: da li conti che se fanno
Seconno le statistiche d’adesso
Risurta che te tocca un pollo all’anno:
E, se nun entra nelle spese tue,
t’entra nella statistica lo stesso
Perch’è c’è un antro che ne magna due.”*

Luigi Pirandello, *Uno, nessuno e centomila*.

“Sono quest’albero. Albero, nuvola; domani libro o vento: il libro che leggo, il vento che bevo... muojo ogni attimo, io, e rinasco nuovo e senza ricordi: vivo e intero, non più in me, ma in ogni cosa fuori”.

Giovanni, *Vangelo*, 12, 24

“Se il chicco di grano caduto in terra non muore, rimane solo; se invece muore, produce molto frutto”.

Isaac Asimov, *The Gods Themselves*, *Neanche gli dei*

Crisi della Matematica?

I numeri come fotografie...

Leibniz: i numeri come simboli che “*esprimono in modo conciso e quasi dipingono l'intima natura della cosa*”

Ma una realtà in evoluzione... Pietre come batteri

Eppure: il paradosso di Banach e Tarski, 1 è davvero uguale a 2?

Bertrand Russell e il Papa.

I misteri dei primi

Marcus Du Sautoy, *L'enigma dei numeri primi, The music of primes*

A Giordano, *La solitudine dei numeri primi*

Apostolos Doxiadis, *Zio Petros e la congettura di Goldbach*

4. LA VERITÀ DEI NUMERI

Joseph Conrad, *Cuore di Tenebra*

“La verità interiore è nascosta – per fortuna, per fortuna!”

Luigi Pirandello, *Così è (se vi pare)*

Le “verità” contrapposte del signor Ponza e della signora Frola.

“ – Ma la verità sarà da una parte o dall'altra!... O pazza lei, o pazzo lui: da qui non si scappa! Quale dei due?

– Chi dei due? Non potete dirlo voi, come non può dirlo nessuno.”

La testimonianza finale: *“la figlia della signora Frola e la seconda moglie del signor Ponza”* ; in conclusione, di per sé, solo *“colei che la si crede”*.

Una flebile ancora di salvezza: il numero.

“ – *I giorni della settimana, quanti sono?*

– *Eh, sette.*

– *E i mesi dell'anno?*

– *Dodici!*”

In Giustizia e in Medicina: imperfezioni e incompletezza.

Charles Dickens

“*La vera natura della legge è immorale.*”

Ma in Matematica non si discute!

Edgar Allan Poe, *Lo scarabeo d'oro*

“*Dubito che l'ingegno umano possa costruire un enigma che l'ingegno umano, applicandosi a fondo, non sappia risolvere.*”

Arthur Conan Doyle (e Sherlock Holmes)

“Eliminato tutto quello che è impossibile ciò che rimane, anche se improbabile, è la verità.”

David Hilbert,

Non *“ignoramus et ignorabimus”* (*“ignoriamo e ignoreremo”*).

“Noi dobbiamo sapere, noi sapremo! In Matematica non esistono ignorabimus!”

“La verità, tutta la verità e nient’altro che la verità”

Non solo *“oltre ogni ragionevole dubbio”*.

Da Euclide a Peano, Dedekind, Hilbert e altri: il ruolo degli assiomi.

Da Aristotele a Leibniz, Boole e Hilbert: il calcolo della ragione, l’algebra del pensiero.

Kurt Gödel, 1930: il Teorema di Completezza.

Kurt Gödel, 1931: i Teoremi di Incompletezza.

G. K. Chesterton

“Si può trovare una verità nella Logica solo dopo che la si è già trovata senza di essa” .

La verità – anche quella matematica – è non solo preliminare, ma più sottile e profonda dei ragionamenti che vorrebbero confermarla.

Per parafrasare Edgar Allan Poe

“vi sono enigmi che la mente sa concepire ma non risolvere”.

Per riprendere l'aforisma di Holmes, si può dubitare

“eliminato tutto ciò che è impossibile, ciò che rimane, anche se improbabile, è la verità”.

Bertrand Russell

“La Matematica è la sola scienza esatta in cui non si sa mai di cosa si sta parlando, né se quello che si dice è vero”.

Reminiscenze letterarie: Giacomo Leopardi, *L'Infinito*

*“Sempre caro mi fu quest'ermo colle,
e questa siepe, che da tanta parte
de l'ultimo orizzonte il guardo esclude.
Ma sedendo e mirando, interminato
spazio di là da quella, e sovrumani
silenzi, e profondissima quiete
io nel pensier mi fingo, ove per poco
il cuor non si spaura. E come il vento
odo stormir tra queste piante, io quello
infinito silenzio a questa voce
vo comparando: e mi sovvien l'eterno,
e le morte stagioni, e la presente
e viva, e'l suo di lei. Così tra questa
infinità s'annega il pensier mio:
e il naufragar m'è dolce in questo mare.”*

Blaise Pascal, *Pensieri*

“Quando considero la breve durata della mia vita, sommersa nell’eternità che la precede e che la segue, il piccolo spazio che occupo e financo che vedo, inabissato nell’infinita immensità degli spazi che ignoro e che mi ignorano, io mi spavento e stupisco di trovarmi qui piuttosto che là, non essendoci alcuna ragione perché sia qui piuttosto che là, oggi piuttosto che allora”.

Gödel, un’orgia di citazioni

Anthony Hutton

“Non ne posso più di questo Gödel”, “This Gödel is killing me”

a) Anche al cinema...

Fred Schepisi, *Genio per amore, I. Q.*, con Meg Ryan, Tim Robbins e Walter Matthau nella parte di Einstein

b) Nei libri gialli...

Apostolos Doxiadis, *Zio Petros e la Congettura di Goldbach*

Guillermo Martinez, *La serie di Oxford*

T. Michailidis *Delitti Pitagorici*

Marco Malvaldi, *La briscola in cinque*

“– *Qualcuno di voi sa chi è Kurt Gödel?*

– *Un olandese in vacanza qui?*”

Martha Grimes, *The old wine shades*

c) Nei libri di fantascienza...

David Langford, *Blit*

I teoremi di Gödel come macchine omicide

George Zebrowski, *Gödel's Doom*

Gödel si è sbagliato?

Eliot Fintushel, *Herbrand's Conjecture and the white sox scandal*

La logica dei marziani...

Scarlett Thomas, *PopCo*

“Quel che Gödel provò è che si possono sempre creare enunciati autoreferenziali e paradossali: non come $1 + 1 = 3$, ma piuttosto come ‘se $1 + 1 = 2$, allora $1 + 1 \neq 2$ ’...”.

Stephen Baxter *Vacuum Diagrams*

Gödel's Sunflowers (I Girasoli di Gödel)

Un enorme frattale in cui si concentra la Conoscenza; ma i teoremi di Gödel sono in agguato.

The Logic Pool (Lo stagno della logica)

Teoremi intelligenti guizzano come pesci irrequieti alla ricerca della loro dimostrazione; assiomatizzazioni incomplete che tentano di fagocitarli. La perenne lotta tra prede e predatori.

Stanislaw Lem, *Golem XV*

Una macchina prima s'attarda a elargirci lezioni di filosofia e di verità ma poi, stanco della nostra stupidità, si isola a sviluppare pensieri superiori.

Rudy Rucker, *Software*

Uomini e robot che cercano di saldare i cervelli degli uni e i circuiti degli altri per sviluppare finalmente un pensiero immortale.

d) Riferimenti più seri? Un attimo di pazienza.

Gödel: il Teorema fondamentale dell'Aritmetica e il DNA dei numeri. Il DNA del DNA.

Numeri, congetture, dimostrazioni: *“tutto è numero”*.
Shannon, Turing: la moderna informazione *“è numero”*.

Enunciati autoreferenziali

Da *“Io sono falso”* a *“Io non sono dimostrabile”*

R. Descartes

“Cogito, ergo sum”

S. Agostino

“Dubito, ergo sum”

Anche i numeri dubitano e pensano: dunque vivono?

5. I NUMERI DEI TITANI

Omero, *Odissea*, libro XII

*“... la Trinachia isola,
dove pasce il gregge del Sole, pasce l’armento,
sette branchi di buoi, d’agnelli tanti,
e di teste cinquanta i branchi tutti”*

Solo 350 buoi?

Il problema dei buoi di Archimede (Lessing, 1773)

La mandria del Dio Sole in Sicilia: tori e mucche; bianchi, neri, fulvi o pezzati.

La risposta più semplice: oltre duecentomila cifre (Harry Nelson, 1981, con l’aiuto decisivo dei calcolatori)

Archimede, *Arenaria*

“*Il numero più grande*”: 8×10^{63} , tanti quanti i granelli di sabbia necessari per riempire l'intero universo (ma la mandria del Dio Sole è ancor più abbondante!).

Una stima per eccesso del numero delle particelle dell'universo: 10^{80}

Una stima del tempo del mondo in secondi (stando alla teoria del Big Bang): 10^{18} .

Rudy Rucker, ancora $2 + 2 = 5$

Contare a oltranza: si arriva

- in un giorno a diecimila,
- in un anno a dieci milioni
- in una vita al più a un miliardo.

Il record attuale: 12 miliardi 345 mila 678 (ma il tentativo è in corso).

E con i calcolatori?

a) Il gioco degli amici

Dato un naturale N , stabilire quante persone devono incontrarsi perché almeno N si conoscano già, o almeno N non si siano mai conosciute.

Ramsey: il gioco ha soluzione $R(N)$ per ogni possibile N .

Facile: $R(2) = 2$.

Meno facile: $R(3) = 6$ (il pentagono).

Complicato: $R(4) = 18$.

$R(5)$? $R(6)$?

Il parere di un mago del far di conto: Paul Erdős

- Se un flotta di alieni atterrasse sulla Terra e ci chiedesse $R(5)$, pena la distruzione del pianeta, potremmo concentrare i nostri sforzi e il lavoro di tutti i calcolatori del mondo per soddisfare quel loro ricatto.
- Se però la richiesta riguardasse 6, meglio prepararsi a una *Guerra dei Mondi*: mobilitarsi e combattere.

Eppure si sa che

- $R(5)$ è tra 43 e 49,
- $R(6)$ tra 102 e 165.

b) La fattorizzazione e l'algoritmo del letamaio (H. Lenstra jr.)

c) Il gioco degli scacchi

Ernst Zermelo, John Von Neumann: la partita perfetta.

Benoit Rittaud, *L'assassino degli scacchi*

Se Adamo ed Eva avessero preso a sfidarsi a scacchi al principio del mondo, una partita al secondo, sarebbero ancora ben lontani dall'esaurire i casi possibili...

d) Il problema del matrimonio

I 3 sessi di Asimov e le loro angosce, $P = NP$, un problema del millennio.

Anche per i calcolatori... possibile sulla carta, impossibile nella realtà.

Attese insostenibili, costi inaccessibili.

Samuel Beckett, *Aspettando Godot*
“*Oggi non verrà, ma verrà domani*”.

Dino Buzzati, *Il deserto dei Tartari*

Numeri da titani...

Voltaire, *Micromega*
“*Uno dei pianeti che girano intorno alla stella che si chiama Sirio*”

“*Micromega era alto otto leghe, voglio dire, ventiquattromila passi geometrici di cinque piedi ciascuno*” (circa 36 chilometri).

Ai matematici, “*persone sempre utili al pubblico*”, il compito di calcolare le dimensioni del “*globo che l’ha prodotto: deve avere esattamente una circonferenza ventuno milioni e seicentomila volte più grande della nostra piccola terra*”.

- Giovani a 250 anni
- Un arcobaleno con 39 colori
- Mille sensi

Tutto in proporzione. O quasi:

- Un processo che dura solo 220 anni.

“Micromega, quando studiava, com’è l’uso, nel collegio dei Gesuiti del suo pianeta, indovinò più di cinquanta teoremi di Euclide. Diciotto in più di quelli di Blaise Pascal” (“geometra abbastanza mediocre e pessimo filosofo”).

Intelligenza superiore? Micromega promette agli uomini *“di scrivere per loro un bel libro di filosofia”* dove *“trovare la spiegazione di tutto”*; ma *“quando il libro fu aperto, si trovò che le pagine erano tutte bianche”*.

Gli uomini di fronte a quei giganti: *“in quella condizione miserabile così vicina all’annientamento”*

Eppure: la sfida è un misero ometto *“buon ragioniere, più coraggioso degli altri”*

*“ – Voi credete, signore, perché siete lungo mille tese dalla testa ai piedi, di ...
– Mille tese!– Giusto cielo, come fa a sapere quanto sono alto? Mille tese! Non si sbaglia di un pollice! Come mai? Questo atomo mi ha misurato! E' un geometra, conosce la mia altezza: e io, che non lo vedo che attraverso una lente, non conosco ancora la sua!”*

Ma a rimettere cose e uomini al loro posto ci pensano proprio la nostra vanità
“Gli infinitamente piccoli hanno un orgoglio infinitamente grande”

W. Shakespeare, *Amleto*

“Ci son più cose in cielo e in terra, Orazio, che non ne sogni la tua filosofia”,

O è vero piuttosto il contrario?

Un quiz di Roberto Magari: il numero più grande che si sa dire in un minuto.

“Un miliardo”?

“Un miliardo di miliardi”?

“Un miliardo di miliardi di miliardi”? e così via, fino a riempire *“ l’ultima sillaba del tempo stabilito”*.

*“Un miliardo **alla** un miliardo”?*

*“Un miliardo **alla** un miliardo **alla** un miliardo”?* e così via

“Chiamiamo X il numero che hai appena pronunciato, e nella tua soluzione sostituiamo un miliardo con X, dunque X alla X alla X..., ripetuto tante volte quante prima un miliardo”.

Risposta spropositatamente più vasta delle precedenti, e tuttavia perfettibile, perché suscettibile dello stesso miglioramento.

Numeri infiniti?

Peter Høeg, *Il senso di Smilla per la neve*

“All’interno di un qualsiasi piccolo, esiguo intervallo, si può trovare l’infinito.”

Georg Cantor, la Matematica dell’infinito.

Jorge Luis Borges, *La cifra*

“I vasti numeri che un uomo immortale non raggiungerebbe neppure se consumasse la sua eternità contando”

“Le dinastie immaginarie che hanno come cifre le lettere dell’alfabeto ebraico”.

6. ANCORA GÖDEL (E BORGES)

Guillermo Martinez, *Borges y la Matematica*

Il fascino della Matematica per Borges: non nelle certezze definite:

Elogio dell'ombra

*“... Giungo al centro,
alla mia chiave, all'algebra,
al mio specchio.
Presto saprò chi sono.”*

... ma nei dubbi e nei paradossi.

a) L'Ultimo Teorema di Fermat

Abejacàn il Bojarí, ucciso nel suo labirinto

“Il teorema che Fermat non scrisse in margine a una pagina di Diofanto”

L'ombra

“Il teorema perduto di Fermat”.

b) La Matematica dell'Infinito

Storia dell'Eternità

“L'eroica” teoria degli insiemi di Georg Cantor, i suoi primi passi e i primi stupori

Discussione, La perpetua corsa di Achille e della tartaruga

Gli stessi argomenti

La cifra

“Ho percepito, nelle pagine di Russell, la teoria degli insiemi, la Mengenlehre, che postula e esplora i vasti numeri”

c) La Logica e i fondamenti

Finzioni, Pierre Menard, autore del Chisciotte

L'archivio del protagonista: gli “*appunti per una monografia sulla logica simbolica di Georges Boole*” e “*l'opera 'Les problèmes d'un problème' (Paris, 1917) che discute nell'ordine cronologico le soluzioni dell'illustre problema di Achille e della Tartaruga*”.

Discussione, Perpetua corsa di Achille e della tartaruga e Metempsicosi della tartaruga

Spazio due all'adattamento che Lewis Carroll diede dell'argomento di Zenone, riferendolo non più alla corsa ma al ragionamento, quando ciò che va percorso è un sillogismo logico, il punto di partenza la sua premessa e l'irraggiungibile punto di arrivo la sua conclusione.

Borges e Gödel

a) *Finzioni, La biblioteca di Babele*

Una biblioteca “*interminabile*”, i cui scaffali raccolgono qualunque possibile combinazione di lettere dell’alfabeto: “*righe ragionevoli*”, “*notizie corrette*”, “*cacofonie, farragini verbali e incoerenze*”.

Di questo “*informe e caotico*” Universo, ogni interpretazione è possibile:

- i mistici possono cercarvi “*il libro ciclico*” che “*è Dio*”
- l’uomo comune il senso della propria vita.
- forse un “*libro totale*”, “*la chiave e il compendio perfetto di tutti gli altri*”: chi lo legge diviene “*simile a un dio*”.

Oppure anche (gödelianamente):

- la Biblioteca come l’Aritmetica, inaccessibile ad ogni umana percezione;
- gli affanni di scoprire il “*libro totale*” come i tentativi impacciati di assiomatizzarla;
- l’angoscia della ricerca alla Metamatemática.

Anche notevole ne *La biblioteca di Babele*

- l'idea di un universo che si contiene

Il *Paradosso di Russell*. Le varianti di Kurt Grelling e Ferdinand Gonseth: ancora matematica e linguaggio.

L'Aleph, La scrittura del Dio

“Una formula di quattordici parole casuali (che sembrano casuali)” che “basterebbe pronunciare ad alta voce per essere onnipotente”.

b) *Finzioni, La morte e la bussola*

Una serie di delitti dei quali non c'è più nulla da capire, perché tutto è stato ormai indiscutibilmente spiegato. Eppure...

c) *Finzioni, Il giardino dei sentieri che si biforcano.*

Tematiche già presenti in

Elogio dell'ombra, Labirinto

*“Non sperare che l'arduo tuo cammino
che ciecamente si biforca in due,
che ciecamente si biforca in due,
abbia fine...”*

Finzioni, Esame dell'opera di Herbert Quain, e La lotteria a Babilonia.

“Comporre un libro e un labirinto”. Solo “manoscritti caotici” e una “confusa farragine di varianti contraddittorie”.

“In tutte le opere narrative, ogni volta che si è di fronte a diverse alternative ci si decide per una e si eliminano le altre; in quella del quasi inestricabile Ts'ui Pen ci si decide – simultaneamente – per tutte. Si creano, così, diversi futuri, diversi tempi, che a loro volta si proliferano e si biforcano.”

Sliding doors alla ennesima potenza. Come nelle assiomatizzazioni umane nell' Aritmetica. Da confrontare con

Robert Musil, *L'uomo matematico*

“La matematica si può definire come una meravigliosa apparecchiatura spirituale fatta per pensare in anticipo tutti i casi possibili.”

Ancora Borges

“Una innumerabile contrizione e stanchezza”.

d) La vertigine dei numeri: numeri, o congetture, o dimostrazioni?

Shakespeare, *La tempesta*

“Noi siamo della stessa sostanza di cui sono fatti i sogni”

Shakespeare, *Misura per misura* (rivolto alla vita)

*“Tu non ha giovinezza né vecchiaia,
ma come un sonno pomeridiano in cui sogni d'entrambe”.*

Finzioni, La scrittura del Dio:

“Non ti sei destato alla veglia, ma ad un sogno precedente. Questo sogno è dentro un altro, e così all’infinito”,

Da Lewis Carroll, Oltre lo specchio

“Alice sogna il Re Rosso che sta sognandola, e qualcuno –Tweedledum e Tweedledee– l’avverte che se il Re si sveglia essa si spegnerà come una candela, perché non è altro che un sogno del Re che la sta sognando”.

Sogni “autoreferenziali”

La cifra, Un sogno

“In una cella circolare un uomo che mi somiglia scrive, in caratteri che non comprendo, un lungo poema su un uomo che in un’altra cella circolare scrive un poema su un uomo che in un’altra cella circolare... Il processo è senza fine e nessuno potrà leggere ciò che alla fine i prigionieri scrivono.”

Finzioni, Il giardino dei sentieri che si biforcano

“Mi rammentai anche della notte centrale delle ‘Mille e una Notte’, dove la regina Shahrazad per una magica distrazione del copista si mette a raccontare testualmente la storia delle ‘Mille e una Notte’, a rischio di tornare un’altra volta alla notte in cui racconta, e così all’infinito...”

La cifra, Dimenticando un sogno.

“Se sapessi che è stato di quel sogno che sognai, o che sogno aver sognato, saprei tutte le cose”.

Borges, Carroll, Queneau, Gadda, altri: è la matematica la “*sostanza dei sogni*”?

e) Il Tempo

Giacomo Leopardi, *Zibaldone*:

“Di qual cosa par che si possa ragionare più assolutamente che della lunghezza o estensione di una data porzione di tempo? La quale si misura esattamente coll’orologio, e si divide perfettamente in parti anche minutissime, non col pensiero solo, ma con gl’istrumenti da ciò, e come fosse quasi materia, e queste parti si annoverano e si raccolgono, e il loro numero si conosce colla certezza che dà l’aritmetica.”

“Può dirsi con verità che una medesima data porzione di tempo or dura più or meno ad un medesimo individuo, ed a chi più a chi meno” .

Borges, *Altre inquisizioni, Nuova confutazione del tempo*

Idealismo:

- quello di Berkeley secondo cui un oggetto esiste nella misura in cui è percepito,
- quello di Hume secondo cui un soggetto esiste solo nelle sue sensazioni.

Sentirsi in morte

“E’ come trent’anni fa” .

“Il facile pensiero ‘Sono nel passato’ cessò d’essere poche approssimative parole e divenne realtà profonda” .

“Quella pura rappresentazione di fatti omogenei ... non è soltanto identica a quella che si verificò ... tanti anni fa: è, senza somiglianze né ripetizioni, la stessa” .

“Il tempo è una delusione: l’indifferenza e l’inseparabilità di un momento del suo apparente ieri e di un altro del suo apparente oggi bastano a disintegrarlo” .

Ritrattazioni?

“Negare la successione temporale” è “disperazione apparente e consolazione segreta”.

“Il nostro destino ... non è spaventoso perché irreale; è spaventoso perché è irreversibile e di ferro. Il tempo è la sostanza di cui sono fatto.”

Gödel, riflessioni sulla teoria della relatività di Albert Einstein in tre articoli pubblicati a cavallo tra il 1949 e il 1952. Dalle equazioni cosmologiche l'eventualità di universi “rotanti” nei quali il tempo non è come il nostro, e sono ammessi *“ritorni al futuro”*.

Carlo Emilio Gadda, *Quer pasticciaccio brutto de Via Merulana*

“Che altro può fare un attimo” se non fuggire?

Shakespeare, *Amleto*

“Dissertare perché la notte sia notte, il giorno giorno, il tempo tempo, sarebbe perdere la notte, il giorno, il tempo”:

7. I NUMERI E L'ESISTENZA DI DIO

David Hilbert, 1888, *il Teorema della Base*.

La critica di Gordan: “*non matematica, ma teologia*”.

La risposta di Hilbert: in un'aula in cui si fa lezione c'è senza dubbio almeno uno studente che ha più capelli di tutti; non c'è verso di identificarlo, ma esiste.

Matteo, *Vangelo*, 10, 30

“*Perfino i capelli del vostro capo sono contati*”.

Mozart e Da Ponte, *Don Giovanni*, “*Madamina, il catalogo è questo*”

“*In Italia seicento e quaranta,
in Lamagna duecento e trentuna,
cento in Francia, in Turchia novantuna,
ma in Ispagna son già mille e tre*”.

Borges, *L'artefice, Argumentum Ornithologicum*

“Chiudo gli occhi e vedo uno stormo di uccelli. La visione dura un secondo o forse meno; non so quanti uccelli ho visti. Era definito o indefinito il loro numero? Il problema implica quello dell'esistenza di Dio. Se Dio esiste, il numero è definito, perché Dio sa quanti furono gli uccelli. Se Dio non esiste, il numero è indefinito, perché nessuno poté contarli. In tal caso, ho visto meno di 10 uccelli (per esempio) e più di 1, ma non ne ho visti 9 né 8 né 7 né 6 né 5 né 4 né 3 né 2. Ho visto un numero di uccelli che sta tra il 10 e l'1, e che non è 9 né 8 né 7 né 6 né 5, eccetera. Codesto numero intero è inconcepibile; ergo, Dio esiste.”

Padre Guido Grandi

$$\begin{aligned} 0 &= (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) \dots \\ &= 1 + (-1 + 1) + (-1 + 1) + (-1 + 1) \dots = 1 \end{aligned}$$

Una spiegazione

- solo a Dio è concesso di sommare infiniti addendi, perché solo Dio è infinito,
- Dio, d'altra parte, è ben capace di creare il tutto dal nulla, e quindi uguagliare l'1 e lo 0,
- in conclusione, nel calcolo non c'è nessuna contraddizione, ma solo la conferma della potenza creatrice di Dio.

Leibniz: la somma $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 \dots$ fa $1 / 2$, che è la media dei due valori opposti 0 e 1.

Più tardi: l'addizione non si può svolgere.

Corano, Sura 102, At-Takâthur (Il rivaleggiare)

Si mette in guardia dalle sterili dispute sui numeri, che ostacolano il vero progresso spirituale.

S. Agostino, *La Città di Dio*, Libro XII

I numeri sono “*tutti ineguali e diversi tra di loro*” e “*presi singolarmente sono finiti e tutti insieme sono infiniti*”; ma “*Dio ignora forse la totalità dei numeri a motivo della loro infinità? Forse la Sua scienza arriva solo fino a una certa somma e non oltre?*”.

“*L’infinità dei numeri... non può essere incomprensibile a Colui la cui intelligenza supera tutti i numeri*”.

I numeri infiniti, Cantor e il Vaticano.

Borges, “*ateo teologo*”

“*L’idea di Dio, di un essere sapiente e onnipotente che, in più, ci ama è una delle creazioni più audaci della letteratura fantastica.*”

L’altro, lo stesso, Spinoza

“*L’infinito Ritratto di Chi è tutte le Sue stelle*”;

Da confrontare col verso finale della *Commedia* (“*l’amor che muove il sole e le altre stelle*”).

Metempsicosi della Tartaruga

“San Tommaso d’Aquino se ne serve per affermare che c’è Dio. Avverte che non c’è cosa nell’universo che non abbia una causa efficiente e che questa causa, ovviamente, è l’effetto di un’altra causa anteriore. Ogni stato proviene da quello precedente e determina quello successivo, ma la serie generale poteva non esserci stata, poiché i termini che la compongono sono condizionali, vale a dire, aleatori. Eppure, il mondo c’è: da ciò possiamo inferire una non contingente causa prima, che sarà la divinità. Questa è la prova ontologica. La prefigurarono Aristotele e Platone: Leibniz la riscopre. Un’eco di questa prova, adesso morta, risuona nel primo verso del Paradiso: ‘La gloria di Colui che tutto move’.”

Come per i numeri naturali?

Altre Inquisizioni, Il primo Wells

“Finché uno scrittore si limita a narrare avvenimenti o a delineare le lievi oscillazioni di una coscienza, possiamo supporlo onnisciente, possiamo confonderlo con l’universo o con Dio; non appena scende a ragionare, lo sappiamo fallibile. La realtà procede per fatti, non per ragionamenti: tolleriamo che Dio affermi ‘Sono Colui Che Sono’, non che dichiari e analizzi, come Hegel e Anselmo, l’argumentum ontologicum. Dio non deve teologizzare.”

Per Dio l’inutilità di ogni autoriferimento. O forse Dio (*‘Io Sono Colui Che Sono’*) è – filosoficamente parlando – puro autoriferimento.

Gödel, *Prova ontologica*, 1970-1987

“Una dimostrazione con assunzioni classiche – completezza, etc. – adeguatamente assiomatizzate”. Una prova razionale dell’esistenza di un Essere Perfetto.

Descartes: la necessità di Dio dalla possibilità di Dio che Dio è possibile.

Leibniz: anche la possibilità va provata.

André Weil

“Dio esiste perché la Matematica è coerente, il diavolo esiste perché non si riesce a provarlo”.

F. Dostoevskij, Il giocatore

“Nella tasca del panciotto si muove ancora un fiorino: ‘Ah, vi sarà dunque di che pranzare!’ pensai, ma, fatti un cento passi, mutai pensiero e tornai indietro. Puntai quel fiorino sul manque... davvero c’è qualcosa di particolare nella tua sensazione, quando solo, in paese straniero, lontano dalla patria, dagli amici, e non sapendo quel che mangerai oggi, punti l’ultimo fiorino, l’ultimo, proprio l’ultimo! Io vinsi e di lì a venti minuti uscii dal Casino con centosettanta fiorini in tasca.”

7. UN TENTATIVO DI CONCLUSIONE

L'utilità di Matematica e numeri

Thomas Carlyle, *Chartism*

“Come disse un arguto uomo di stato, con i numeri si può provare tutto”.

Goethe

“E' possibile che le cifre governino il mondo; ma è certo che le cifre ci mostrano se è governato bene o male”.

L'onestà dei numeri

Luigi Pirandello, *Il piacere dell'onestà*

“E' molto più facile essere un eroe, che un galantuomo. Eroi si può essere una volta tanto; galantuomini, si dev'esser sempre.”

Tra i numeri nessuno è *“più uguale degli altri”* (G. Orwell, *La fattoria degli animali*)

Non solo onestà...

Jorge Luis Borges, *Tigri Azzurre*

“*L’aberrazione di matematica*” costituita dalle pietre.

Eppure “*l’anelito all’ordine che al principio creò la matematica*”:

G. K. Chesterton, *Lo scandalo di Padre Brown, La punta di uno spillo*

“*Non è che non riescano a vedere la soluzione. E’ che non riescono a vedere neppure il problema*”.

S. Agostino, *Città di Dio*

“*Il mondo non morrà di vecchiaia, ma di complicazione*”.

MAA Focus, *Dystopia Times, Non è più tempo di utopie*

La diaspora dei matematici? Teoremi senza dimostrazione?

Eppure...

Robert Musil, *L'uomo matematico*

“I matematici sono un'analogia dell'uomo spirituale dell'avvenire.”

Bertrand Russell, *Misticismo e Logica*

“La Matematica, vista nella giusta luce, non possiede soltanto la verità, ma anche una bellezza suprema, una bellezza fredda e austera, come quella della scultura.”