

Teoria delle decisioni

Renato De Leone
Sonia De Cosmis

GENNAIO 2010

Introduzione

Il processo decisionale

Problemi *ben posti*

Tipico approccio
metodologico

Un approccio sistemico

Sistemi

Machine Age vs
Systems Age

Machine Age vs
Systems Age

Machine Age vs
Systems Age

I passi del processo
decisionale

Uno schema generale

Classificazione dei
processi decisionali

Preferenze e relazioni
d'ordine

Introduzione

Introduzione

Il processo decisionale

Problemi *ben posti*

Tipico approccio metodologico

Un approccio sistemico

Sistemi

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

I passi del processo decisionale

Uno schema generale

Classificazione dei processi decisionali

Preferenze e relazioni d'ordine

Il processo decisionale è quel processo attraverso cui

a partire dall'emergere di una situazione che richiede una scelta o una azione

si arriva alla scelta dell'azione da intraprendere e poi alla sua realizzazione

Introduzione

Il processo decisionale

Problemi *ben posti*

Tipico approccio
metodologico

Un approccio sistemico

Sistemi

Machine Age vs
Systems Age

Machine Age vs
Systems Age

Machine Age vs
Systems Age

I passi del processo
decisionale

Uno schema generale

Classificazione dei
processi decisionali

Preferenze e relazioni
d'ordine

Un problema ben posto è un problema formulabile in modo rigoroso in cui sono chiari ed univocamente definiti gli obiettivi.

Introduzione

Il processo decisionale

Problemi *ben posti*

Tipico approccio metodologico

Un approccio sistemico

Sistemi

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

I passi del processo decisionale

Uno schema generale

Classificazione dei processi decisionali

Preferenze e relazioni d'ordine

Un problema ben posto è un problema formulabile in modo rigoroso in cui sono chiari ed univocamente definiti gli obiettivi.

La difficoltà qui per il decisore consiste nel trovare i mezzi tecnici appropriati (in generale di tipo matematico-computazionale) per estrarre la soluzione dalla formulazione del problema.

Tipico approccio metodologico

- Il problema viene analizzato e formulato per mezzo di un opportuno insieme di variabili e di relazioni matematiche (vincoli) che le legano fra di loro.

Introduzione

Il processo decisionale

Problemi *ben posti*

Tipico approccio metodologico

Un approccio sistemico

Sistemi

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

I passi del processo decisionale

Uno schema generale

Classificazione dei processi decisionali

Preferenze e relazioni d'ordine

Tipico approccio metodologico

Introduzione

Il processo decisionale

Problemi *ben posti*

Tipico approccio
metodologico

Un approccio sistemico

Sistemi

Machine Age vs
Systems Age

Machine Age vs
Systems Age

Machine Age vs
Systems Age

I passi del processo
decisionale

Uno schema generale

Classificazione dei
processi decisionali

Preferenze e relazioni
d'ordine

- Il problema viene analizzato e formulato per mezzo di un opportuno insieme di variabili e di relazioni matematiche (vincoli) che le legano fra di loro.
- Viene identificato un obiettivo che viene formulato per mezzo di una funzione (funzione obiettivo) definita nello spazio delle soluzioni, da minimizzare o da massimizzare.

Tipico approccio metodologico

Introduzione

Il processo decisionale

Problemi *ben posti*

Tipico approccio metodologico

Un approccio sistemico

Sistemi

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

I passi del processo decisionale

Uno schema generale

Classificazione dei processi decisionali

Preferenze e relazioni d'ordine

- Il problema viene analizzato e formulato per mezzo di un opportuno insieme di variabili e di relazioni matematiche (vincoli) che le legano fra di loro.
- Viene identificato un obiettivo che viene formulato per mezzo di una funzione (funzione obiettivo) definita nello spazio delle soluzioni, da minimizzare o da massimizzare.
- I parametri del modello complessivo risultante vengono determinati utilizzando dati già disponibili oppure raccolti “ad hoc”.

Tipico approccio metodologico

Introduzione

Il processo decisionale

Problemi *ben posti*

Tipico approccio metodologico

Un approccio sistemico

Sistemi

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

I passi del processo decisionale

Uno schema generale

Classificazione dei processi decisionali

Preferenze e relazioni d'ordine

- Il problema viene analizzato e formulato per mezzo di un opportuno insieme di variabili e di relazioni matematiche (vincoli) che le legano fra di loro.
- Viene identificato un obiettivo che viene formulato per mezzo di una funzione (funzione obiettivo) definita nello spazio delle soluzioni, da minimizzare o da massimizzare.
- I parametri del modello complessivo risultante vengono determinati utilizzando dati già disponibili oppure raccolti “ad hoc”.
- L'incertezza insita in molte situazioni reali viene ricondotta a ‘certezza’ attraverso l'uso di valori attesi o medi, oppure attraverso la definizione di un numero limitato di possibili scenari

Tipico approccio metodologico

Introduzione

Il processo decisionale

Problemi *ben posti*

Tipico approccio metodologico

Un approccio sistemico

Sistemi

Machine Age vs
Systems Age

Machine Age vs
Systems Age

Machine Age vs
Systems Age

I passi del processo
decisionale

Uno schema generale

Classificazione dei
processi decisionali

Preferenze e relazioni
d'ordine

- Il problema viene analizzato e formulato per mezzo di un opportuno insieme di variabili e di relazioni matematiche (vincoli) che le legano fra di loro.
- Viene identificato un obiettivo che viene formulato per mezzo di una funzione (funzione obiettivo) definita nello spazio delle soluzioni, da minimizzare o da massimizzare.
- I parametri del modello complessivo risultante vengono determinati utilizzando dati già disponibili oppure raccolti “ad hoc”.
- L'incertezza insita in molte situazioni reali viene ricondotta a ‘certezza’ attraverso l'uso di valori attesi o medi, oppure attraverso la definizione di un numero limitato di possibili scenari
- La soluzione viene ottenuta tramite l'utilizzo di algoritmi matematici

Introduzione

Il processo decisionale

Problemi *ben posti*

Tipico approccio
metodologico

Un approccio sistemico

Sistemi

Machine Age vs
Systems Age

Machine Age vs
Systems Age

Machine Age vs
Systems Age

I passi del processo
decisionale

Uno schema generale

Classificazione dei
processi decisionali

Preferenze e relazioni
d'ordine

Questo approccio si basa su una visione complessiva ed integrata della realtà.

La realtà viene vista come un sistema: un insieme di parti (componenti) fra di loro interagenti in modo tale che il tutto (il sistema stesso) sia qualcosa di più che la somma o giustapposizione delle parti.

Il sistema ha proprietà che non sono direttamente derivabili dalle proprietà delle sue parti prese singolarmente.

Introduzione

Il processo decisionale

Problemi *ben posti*

Tipico approccio
metodologico

Un approccio sistemico

Sistemi

Machine Age vs
Systems Age

Machine Age vs
Systems Age

Machine Age vs
Systems Age

I passi del processo
decisionale

Uno schema generale

Classificazione dei
processi decisionali

Preferenze e relazioni
d'ordine

- Sistemi naturali
- Sistemi artificiali

Introduzione

Il processo decisionale

Problemi *ben posti*

Tipico approccio metodologico

Un approccio sistemico

Sistemi

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

I passi del processo decisionale

Uno schema generale

Classificazione dei processi decisionali

Preferenze e relazioni d'ordine

- Sistemi naturali
- Sistemi artificiali
- Sistemi di attività umane (scopi comuni. La struttura di questi sistemi è almeno in parte il prodotto di un progetto. La presenza dell'uomo vi inserisce dinamiche che vanno al di là di quanto previsto nel progetto originario)

Machine Age vs Systems Age

Introduzione

Il processo decisionale

Problemi *ben posti*

Tipico approccio metodologico

Un approccio sistemico

Sistemi

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

I passi del processo decisionale

Uno schema generale

Classificazione dei processi decisionali

Preferenze e relazioni d'ordine

Machine Age was characterized by the use of the following 3-step process:

- taking apart the things we want to understand
- trying to understand how these parts worked
- assembling his understanding of the parts into an understanding of the whole

This process is called analysis. It was the dominant mode of thought in the Machine Age.

Machine Age vs Systems Age

Introduzione

Il processo decisionale

Problemi *ben posti*

Tipico approccio metodologico

Un approccio sistemico

Sistemi

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

I passi del processo decisionale

Uno schema generale

Classificazione dei processi decisionali

Preferenze e relazioni d'ordine

Systems Age is characterized by the use of the following 3-step process:

- a thing to be understood is conceptualized as a part of one or more larger wholes, not as a whole to be taken apart
- understanding of the larger containing system is sought
- the system to be understood is explained in terms of its role or function in the containing system.

Systems are wholes which lose their essential properties when taken apart

Introduzione

Il processo decisionale

Problemi *ben posti*

Tipico approccio
metodologico

Un approccio sistemico

Sistemi

Machine Age vs
Systems Age

Machine Age vs
Systems Age

Machine Age vs
Systems Age

I passi del processo
decisionale

Uno schema generale

Classificazione dei
processi decisionali

Preferenze e relazioni
d'ordine

3 interrelated organizational problems: how to design and manage systems so that they can effectively serve

- their own purposes (self-control)
- the purposes of their parts (humanization)
- and those of the larger systems of which they are part (environmentalization)

Introduzione

Il processo decisionale

Problemi *ben posti*

Tipico approccio
metodologico

Un approccio sistemico

Sistemi

Machine Age vs
Systems Age

Machine Age vs
Systems Age

Machine Age vs
Systems Age

I passi del processo
decisionale

Uno schema generale

Classificazione dei
processi decisionali

Preferenze e relazioni
d'ordine

■ Analisi del contesto

I passi del processo decisionale

Introduzione

Il processo decisionale

Problemi *ben posti*

Tipico approccio metodologico

Un approccio sistemico

Sistemi

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

I passi del processo decisionale

Uno schema generale

Classificazione dei processi decisionali

Preferenze e relazioni d'ordine

- Analisi del contesto
- Individuazione dei confini e delle componenti del sistema

I passi del processo decisionale

Introduzione

Il processo decisionale

Problemi *ben posti*

Tipico approccio metodologico

Un approccio sistemico

Sistemi

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

I passi del processo decisionale

Uno schema generale

Classificazione dei processi decisionali

Preferenze e relazioni d'ordine

- Analisi del contesto
- Individuazione dei confini e delle componenti del sistema
- Individuazione dei sottosistemi

I passi del processo decisionale

Introduzione

Il processo decisionale

Problemi *ben posti*

Tipico approccio metodologico

Un approccio sistemico

Sistemi

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

I passi del processo decisionale

Uno schema generale

Classificazione dei processi decisionali

Preferenze e relazioni d'ordine

- Analisi del contesto
- Individuazione dei confini e delle componenti del sistema
- Individuazione dei sottosistemi
- Costruzione dei modelli

I passi del processo decisionale

Introduzione

Il processo decisionale

Problemi *ben posti*

Tipico approccio metodologico

Un approccio sistemico

Sistemi

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

I passi del processo decisionale

Uno schema generale

Classificazione dei processi decisionali

Preferenze e relazioni d'ordine

- Analisi del contesto
- Individuazione dei confini e delle componenti del sistema
- Individuazione dei sottosistemi
- Costruzione dei modelli
- Simulazione del sistema

I passi del processo decisionale

Introduzione

Il processo decisionale

Problemi *ben posti*

Tipico approccio metodologico

Un approccio sistemico

Sistemi

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

I passi del processo decisionale

Uno schema generale

Classificazione dei processi decisionali

Preferenze e relazioni d'ordine

- Analisi del contesto
- Individuazione dei confini e delle componenti del sistema
- Individuazione dei sottosistemi
- Costruzione dei modelli
- Simulazione del sistema
- Individuazione delle decisioni da prendere

I passi del processo decisionale

Introduzione

Il processo decisionale

Problemi *ben posti*

Tipico approccio metodologico

Un approccio sistemico

Sistemi

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

I passi del processo decisionale

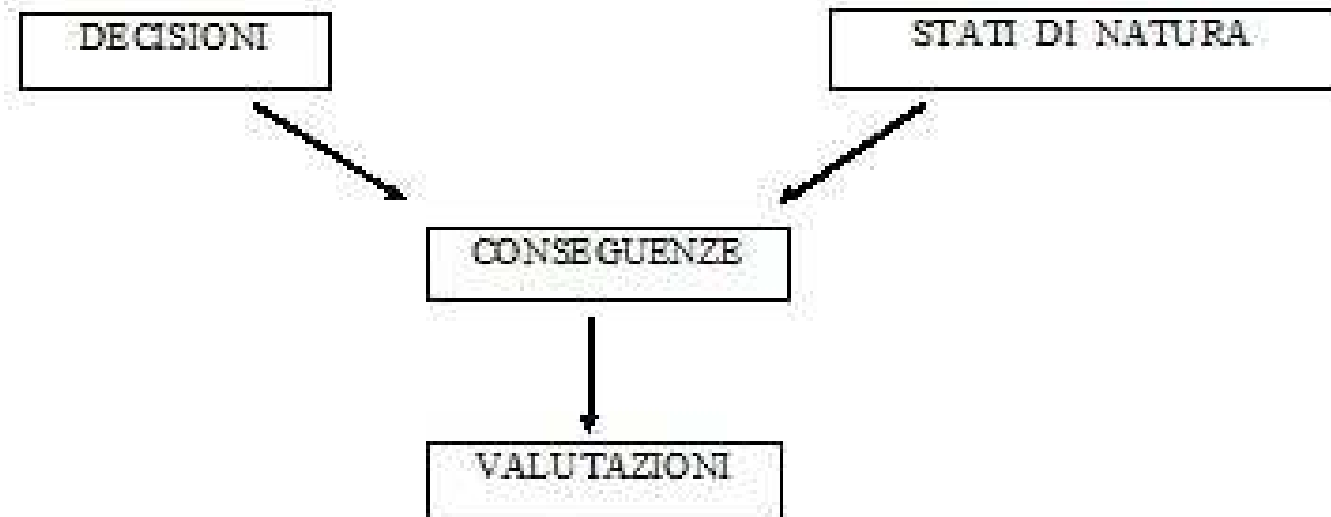
Uno schema generale

Classificazione dei processi decisionali

Preferenze e relazioni d'ordine

- Analisi del contesto
- Individuazione dei confini e delle componenti del sistema
- Individuazione dei sottosistemi
- Costruzione dei modelli
- Simulazione del sistema
- Individuazione delle decisioni da prendere
- Attuazione e monitoraggio

Uno schema generale



Introduzione

Il processo decisionale

Problemi *ben posti*

Tipico approccio metodologico

Un approccio sistemico

Sistemi

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

I passi del processo decisionale

Uno schema generale

Classificazione dei processi decisionali

Preferenze e relazioni d'ordine

Classificazione dei processi decisionali

Introduzione

Il processo decisionale

Problemi *ben posti*

Tipico approccio metodologico

Un approccio sistemico

Sistemi

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

Machine Age vs Systems Age

I passi del processo decisionale

Uno schema generale

Classificazione dei processi decisionali

Preferenze e relazioni d'ordine

Deterministici

Aleatori

Discreti

Continui

Statici

Dinamici

Monocriterio

Multicriterio

Un decisore

Più decisori

Introduzione

Preferenze e relazioni
d'ordine

Relazioni e proprietà

Proposizioni elementari

Relazioni d'ordine

Definizioni

Teorema

Proprietà di tricotomia

Schema riassuntivo

Funzione ordinale di
valore

Teorema

Preferenze e relazioni d'ordine

Introduzione

Preferenze e relazioni
d'ordine

Relazioni e proprietà

Proposizioni elementari

Relazioni d'ordine

Definizioni

Teorema

Proprietà di tricotomia

Schema riassuntivo

Funzione ordinale di
valore

Teorema

S insieme finito, $R \subseteq S \times S$

$$x, y \in S, \quad (x, y) \in R \iff xRy$$

Introduzione

Preferenze e relazioni
d'ordine

Relazioni e proprietà

Proposizioni elementari

Relazioni d'ordine

Definizioni

Teorema

Proprietà di tricotomia

Schema riassuntivo

Funzione ordinale di
valore

Teorema

S insieme finito, $R \subseteq S \times S$

$$x, y \in S, \quad (x, y) \in R \iff xRy$$

$$\bar{R} = \{(x, y) \in S \times S : (x, y) \notin R\}$$

Introduzione

Preferenze e relazioni
d'ordine

Relazioni e proprietà

Proposizioni elementari

Relazioni d'ordine

Definizioni

Teorema

Proprietà di tricotomia

Schema riassuntivo

Funzione ordinale di
valore

Teorema

S insieme finito, $R \subseteq S \times S$

$$x, y \in S, \quad (x, y) \in R \iff xRy$$

Proprietà riflessiva

Proprietà di irreflessività

Proprietà di simmetria

Proprietà di asimmetria

Proprietà di antisimmetria

Proprietà transitiva

Proprietà transitiva del complemento (transitività negativa)

Proprietà di completezza

Proprietà di quasi completezza

Introduzione

Preferenze e relazioni
d'ordine

Relazioni e proprietà

Proposizioni elementari

Relazioni d'ordine

Definizioni

Teorema

Proprietà di tricotomia

Schema riassuntivo

Funzione ordinale di
valore

Teorema

Nelle ipotesi $S \neq \emptyset$, $R \neq \emptyset$

■ Asimmetria \Rightarrow Irriflessibilità

Introduzione

Preferenze e relazioni
d'ordine

Relazioni e proprietà

Proposizioni elementari

Relazioni d'ordine

Definizioni

Teorema

Proprietà di tricotomia

Schema riassuntivo

Funzione ordinale di
valore

Teorema

Nelle ipotesi $S \neq \emptyset$, $R \neq \emptyset$

- Asimmetria \Rightarrow Irriflessibilità
- Irriflessibilità e Transitività \Rightarrow Asimmetria

Introduzione

Preferenze e relazioni
d'ordine

Relazioni e proprietà

Proposizioni elementari

Relazioni d'ordine

Definizioni

Teorema

Proprietà di tricotomia

Schema riassuntivo

Funzione ordinale di
valore

Teorema

Nelle ipotesi $S \neq \emptyset$, $R \neq \emptyset$

- Asimmetria \Rightarrow Irriflessibilità
- Irriflessibilità e Transitività \Rightarrow Asimmetria
- Completezza \Rightarrow Riflessibilità

Introduzione

Preferenze e relazioni
d'ordine

Relazioni e proprietà

Proposizioni elementari

Relazioni d'ordine

Definizioni

Teorema

Proprietà di tricotomia

Schema riassuntivo

Funzione ordinale di
valore

Teorema

Nelle ipotesi $S \neq \emptyset$, $R \neq \emptyset$

- Asimmetria \Rightarrow Irriflessibilità
- Irriflessibilità e Transitività \Rightarrow Asimmetria
- Completezza \Rightarrow Riflessibilità
- Completezza e transitività negativa \Rightarrow transitività

Introduzione

Preferenze e relazioni
d'ordine

Relazioni e proprietà

Proposizioni elementari

Relazioni d'ordine

Definizioni

Teorema

Proprietà di tricotomia

Schema riassuntivo

Funzione ordinale di
valore

Teorema

Nelle ipotesi $S \neq \emptyset$, $R \neq \emptyset$

- Asimmetria \Rightarrow Irriflessibilità
- Irriflessibilità e Transitività \Rightarrow Asimmetria
- Completezza \Rightarrow Riflessibilità
- Completezza e transitività negativa \Rightarrow transitività

Introduzione

Preferenze e relazioni d'ordine

Relazioni e proprietà

Proposizioni elementari

Relazioni d'ordine

Definizioni

Teorema

Proprietà di tricotomia

Schema riassuntivo

Funzione ordinale di valore

Teorema

Una **relazione d'ordine** è una relazione binaria che gode della proprietà transitiva.

Introduzione

Preferenze e relazioni
d'ordine

Relazioni e proprietà

Proposizioni elementari

Relazioni d'ordine

Definizioni

Teorema

Proprietà di tricotomia

Schema riassuntivo

Funzione ordinale di
valore

Teorema

Una **relazione d'ordine** è una relazione binaria che gode della proprietà transitiva.

Un **preordine** è una relazione che gode delle proprietà riflessiva e transitiva

Introduzione

Preferenze e relazioni
d'ordine

Relazioni e proprietà

Proposizioni elementari

Relazioni d'ordine

Definizioni

Teorema

Proprietà di tricotomia

Schema riassuntivo

Funzione ordinale di
valore

Teorema

Una **relazione d'ordine** è una relazione binaria che gode della proprietà transitiva.

Un **preordine** è una relazione che gode delle proprietà riflessiva e transitiva

Un **ordine parziale** gode delle proprietà riflessiva, transitiva e antisimmetrica, non vale necessariamente la completezza.

Introduzione

Preferenze e relazioni
d'ordine

Relazioni e proprietà

Proposizioni elementari

Relazioni d'ordine

Definizioni

Teorema

Proprietà di tricotomia

Schema riassuntivo

Funzione ordinale di
valore

Teorema

Una **relazione d'ordine** è una relazione binaria che gode della proprietà transitiva.

Un **preordine** è una relazione che gode delle proprietà riflessiva e transitiva

Un **ordine parziale** gode delle proprietà riflessiva, transitiva e antisimmetrica, non vale necessariamente la completezza.

Un **ordine debole** gode delle proprietà di completezza e di transitività.

Introduzione

Preferenze e relazioni
d'ordine

Relazioni e proprietà

Proposizioni elementari

Relazioni d'ordine

Definizioni

Teorema

Proprietà di tricotomia

Schema riassuntivo

Funzione ordinale di
valore

Teorema

Una **relazione d'ordine** è una relazione binaria che gode della proprietà transitiva.

Un **preordine** è una relazione che gode delle proprietà riflessiva e transitiva

Un **ordine parziale** gode delle proprietà riflessiva, transitiva e antisimmetrica, non vale necessariamente la completezza.

Un **ordine debole** gode delle proprietà di completezza e di transitività.

Un **ordine totale (o lineare)** gode della proprietà transitiva, riflessiva, antisimmetrica e di completezza.

Si dice che x è *preferibile* ad y ($x > y$)

$$x > y \Leftrightarrow x \geq y, \quad y \not\geq x$$

Introduzione

Preferenze e relazioni
d'ordine

Relazioni e proprietà

Proposizioni elementari

Relazioni d'ordine

Definizioni

Teorema

Proprietà di tricotomia

Schema riassuntivo

Funzione ordinale di
valore

Teorema

Si dice che x è *preferibile* ad y ($x > y$)

$$x > y \Leftrightarrow x \geq y, \quad y \not\geq x$$

Si dice che x è *indifferente* ad y ($x \sim y$)

$$x \sim y \Leftrightarrow x \geq y, \quad y \geq x$$

Introduzione

Preferenze e relazioni
d'ordine

Relazioni e proprietà

Proposizioni elementari

Relazioni d'ordine

Definizioni

Teorema

Proprietà di tricotomia

Schema riassuntivo

Funzione ordinale di
valore

Teorema

Introduzione

Preferenze e relazioni
d'ordine

Relazioni e proprietà

Proposizioni elementari

Relazioni d'ordine

Definizioni

Teorema

Proprietà di tricotomia

Schema riassuntivo

Funzione ordinale di
valore

Teorema

Si dice che x è *preferibile* ad y ($x > y$)

$$x > y \Leftrightarrow x \geq y, \quad y \not\geq x$$

Si dice che x è *indifferente* ad y ($x \sim y$)

$$x \sim y \Leftrightarrow x \geq y, \quad y \geq x$$

Una relazione binaria si dice *di equivalenza* se è riflessiva, simmetrica e transitiva

Introduzione

Preferenze e relazioni
d'ordine

Relazioni e proprietà

Proposizioni elementari

Relazioni d'ordine

Definizioni

Teorema

Proprietà di tricotomia

Schema riassuntivo

Funzione ordinale di
valore

Teorema

Sia \geq un arbitrario preordine.

A partire da esso si può affermare che:

1. \sim è un'equivalenza

2. $>$ è transitiva

3. $x > y$ e $y \sim z \Rightarrow x > z$

$x \sim y$ e $y > z \Rightarrow x > z$

assiomi di transitività congiunta

Introduzione

Preferenze e relazioni
d'ordine

Relazioni e proprietà

Proposizioni elementari

Relazioni d'ordine

Definizioni

Teorema

Proprietà di tricotomia

Schema riassuntivo

Funzione ordinale di
valore

Teorema

Se il preordine $>$ è un ordine debole, allora per ogni coppia (x, y) di alternative, sussiste uno ed uno solo dei tre casi seguenti:

$x > y$ x è strettamente preferibile ad y

$y > x$ y è strettamente preferibile ad x

$x \sim y$ x è indifferente ad y

Introduzione

Preferenze e relazioni
d'ordine

Relazioni e proprietà

Proposizioni elementari

Relazioni d'ordine

Definizioni

Teorema

Proprietà di tricotomia

Schema riassuntivo

Funzione ordinale di
valore

Teorema

$>$

preordine stretto

preordine stretto

ordine debole stretto

ordine totale stretto

\sim

equivalenza

eguaglianza

equivalenza

eguaglianza

\geq

preordine

ordine parziale

ordine debole

ordine totale

Introduzione

Preferenze e relazioni
d'ordine

Relazioni e proprietà

Proposizioni elementari

Relazioni d'ordine

Definizioni

Teorema

Proprietà di tricotomia

Schema riassuntivo

Funzione ordinale di
valore

Teorema

Sia $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ un insieme finito di alternative distinte. Sia

$$v : A \mapsto \mathbf{R}$$

$$a \geq b \iff v(a) \geq v(b)$$

è un ordine debole.

Introduzione

Preferenze e relazioni
d'ordine

Relazioni e proprietà

Proposizioni elementari

Relazioni d'ordine

Definizioni

Teorema

Proprietà di tricotomia

Schema riassuntivo

Funzione ordinale di
valore

Teorema

Sia $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ un insieme finito di alternative distinte. Sia

$$v : A \mapsto \mathbf{R}$$

$$a \geq b \iff v(a) \geq v(b)$$

è un ordine debole.

Data una relazione binaria \geq in A , ordine debole, ed una funzione valore $v(\cdot)$ si dice che $v(\cdot)$ è conforme con l'ordine debole se

$$a \geq b \iff v(a) \geq v(b)$$

Introduzione

Preferenze e relazioni
d'ordine

Relazioni e proprietà

Proposizioni elementari

Relazioni d'ordine

Definizioni

Teorema

Proprietà di tricotomia

Schema riassuntivo

Funzione ordinale di
valore

Teorema

Sia $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ un insieme finito di alternative distinte. Sia

$$v : A \mapsto \mathbf{R}$$

$$a \geq b \iff v(a) \geq v(b)$$

è un ordine debole.

Data una relazione binaria \geq in A , ordine debole, ed una funzione valore $v(\cdot)$ si dice che $v(\cdot)$ è conforme con l'ordine debole se

$$a \geq b \iff v(a) \geq v(b)$$

Una relazione binaria \geq definita in A è un ordine debole se e solo se esiste una funzione valore $v(\cdot)$ conforme con questa relazione.

Introduzione

Preferenze e relazioni
d'ordine

Relazioni e proprietà

Proposizioni elementari

Relazioni d'ordine

Definizioni

Teorema

Proprietà di tricotomia

Schema riassuntivo

Funzione ordinale di
valore

Teorema

Una relazione binaria \geq definita in A insieme finito è un ordine debole se e solo se esiste una funzione valore $v()$ conforme con questa relazione.

Introduzione

Preferenze e relazioni
d'ordine

Relazioni e proprietà

Proposizioni elementari

Relazioni d'ordine

Definizioni

Teorema

Proprietà di tricotomia

Schema riassuntivo

Funzione ordinale di
valore

Teorema

Una relazione binaria \geq definita in A insieme finito è un ordine debole se e solo se esiste una funzione valore $v()$ conforme con questa relazione.

Corollario

Dato un ordine debole \geq ed una funzione punteggio $v()$ conforme con l'ordine debole risulta

$$a \geq b \iff v(a) \geq v(b)$$

$$a \sim b \iff v(a) = v(b)$$